

# ОПЫТ МОДЕЛИРОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ЭКОНОМИКИ

член-корр. РАН И.Г. Поспелов,

ВЦ РАН, отдел математического моделирования экономических систем

В течение последних 35 лет в отделе разрабатываются модели советской и российской экономики с учетом особенностей фактически складывающихся экономических отношений и институтов.

- ✧ Модели позволяют дать системно согласованные качественные и количественные оценки состояния экономики, в том числе тех показателей, которые не наблюдаются экономической статистикой.
- ✧ Модели позволяют проводить сценарные расчеты для оценки последствий реализации тех или иных вариантов макроэкономической политики.
- ✧ Модели использовались для анализа эволюции структуры советской и российской экономики, а результаты их исследования составляют "летопись" экономической истории нашей страны в последние два десятилетия.

**ЭКОНОМИКА** = система управления производством, распределением и потреблением благ (ресурсов, товаров и услуг)

- **Сложные системы** – это системы, способные к **необратимому саморазвитию** (живой организм; биосфера; Земля в целом; человеческое общество и его подсистемы: технология, экономика, язык)
- Сложные системы **неэргодичны**, т.е. не показывают всех своих возможностей на наблюдаемой траектории. Исследование сложных систем выводит нас за пределы применимости **эмпирического метода**, которой обеспечил триумф естественных наук в последние 300 лет.
- Опыт показывает, что сложной системы получается **много моделей**, не выводящихся как частный случай из какой бы то ни было универсальной «супермодели». Частные модели описывают **разные ракурсы** исследуемой системы. Они оперируют разными наборами понятий и пренебрегают отнюдь не малыми отклонениями от учтенных в них закономерностей.

**Энергетический кризис 1975** Из исторических и физических соображений следовало, что уровень жизни не может расти быстрее потребления энергии. Однако 30 последних лет потребление энергии на душу не растет

## УНИКАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ТЕКУЩЕГО КРИЗИСА

- Кризис совпал по времени с беспрецедентным явлением – **замедлением роста населения Земли без голодовок и эпидемий.**
- Ожидали кризиса **возможностей** (исчерпания ресурсов) а случился **кризис стимулов**. Мировая экономика может расти, но не хочет
- **Виртуальная экономика оказалась гораздо прочнее реальной.** Переоцененными (лишними) оказались: хлеб, топливо, железо, золото, а услуги почти не потеряли в цене. В финансовой системе рухнула самая надежная составляющая – ипотека.

# Типы моделей экономики

## Макромодели

(модели целостных экономических систем)

← Агрегирование ?

## Микромодели

(модели типичных предприятий или рынков)

← Типизация ?

Модели конкретных предприятий или рынков

**Модели взаимодействия экономических агентов**

**Балансовые**  
Планирование в рамках технологических ограничений

**«Теоретические»**  
формализация содержательных теорий

**Имитационные**  
сборка из «простых» частей

**Эконометрические**  
поиск устойчивых корреляций наблюдаемых показателей

**Модели САРЭ с 1990х ВЦ**

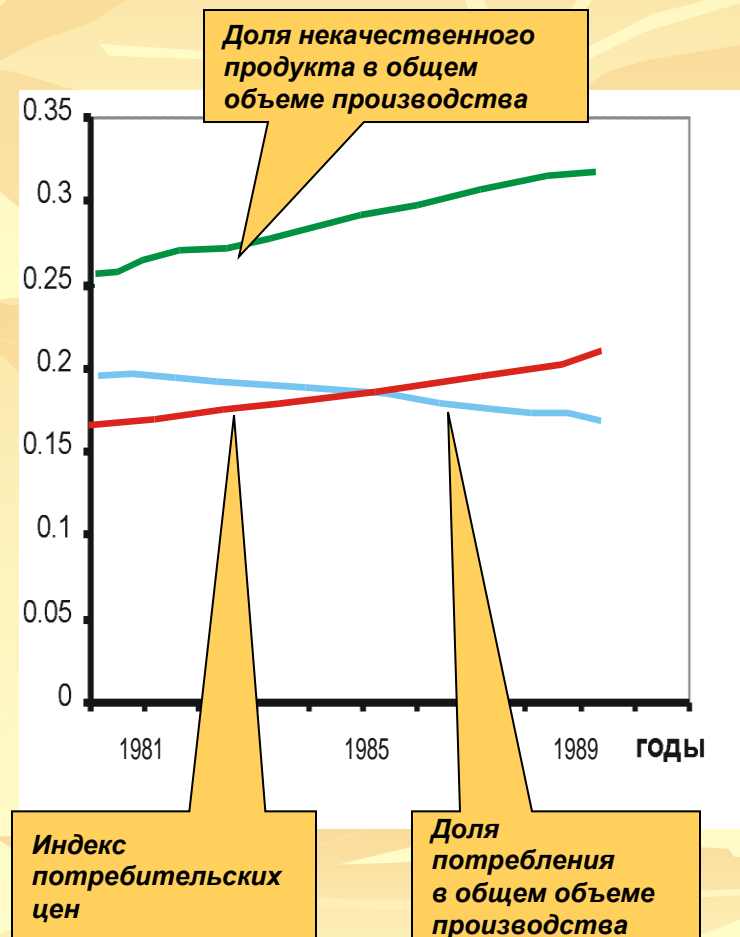
**Учет сложившихся экономических отношений**

**Вычислимые модели равновесия**  
с 1990х наиболее популярные

Наиболее популярными и эффективными оказываются CGE модели, которые описывают движение экономики как результат взаимодействия **экономических агентов**  
Модели построенные в отделе А.А. Петрова тоже относятся к этому классу, только начались наши работы за 15 лет по появления термина CGE

# ПЛАНОВАЯ ЭКОНОМИКА С КООПЕРАТИВНЫМ СЕКТОРОМ (1985-1989, Председатель Совета министров СССР - Н.И. Рыжков)

- ☆ Модель плановой экономики построена в 1986г. по заказу Госбанка СССР. В ней описаны **механизмы функционирования** плановой экономики.
- ☆ Модель описывает феномен **«отчетной экономики»**: если запланированный темп роста больше допустимого, то **по данным** планирующих органов происходит рост производительности труда, замещение труда капиталом и рост благосостояния населения при постоянных ценах, а **фактически** происходит снижение качества продукции, рост объемов незавершенного строительства и дефицит потребительских благ.
- ☆ В 1988г. модель была модифицирована так, чтобы учесть возникновение **кооперативного сектора** на основе аренды производственных мощностей, не загруженных государственным заказом.
- ☆ Оказалось, что кооперативный сектор несколько сглаживает дефекты плановой экономики (увеличивается доля потребления, снижается доля некачественного продукта), но в **ограниченных масштабах** и ценой усиления инфляции.

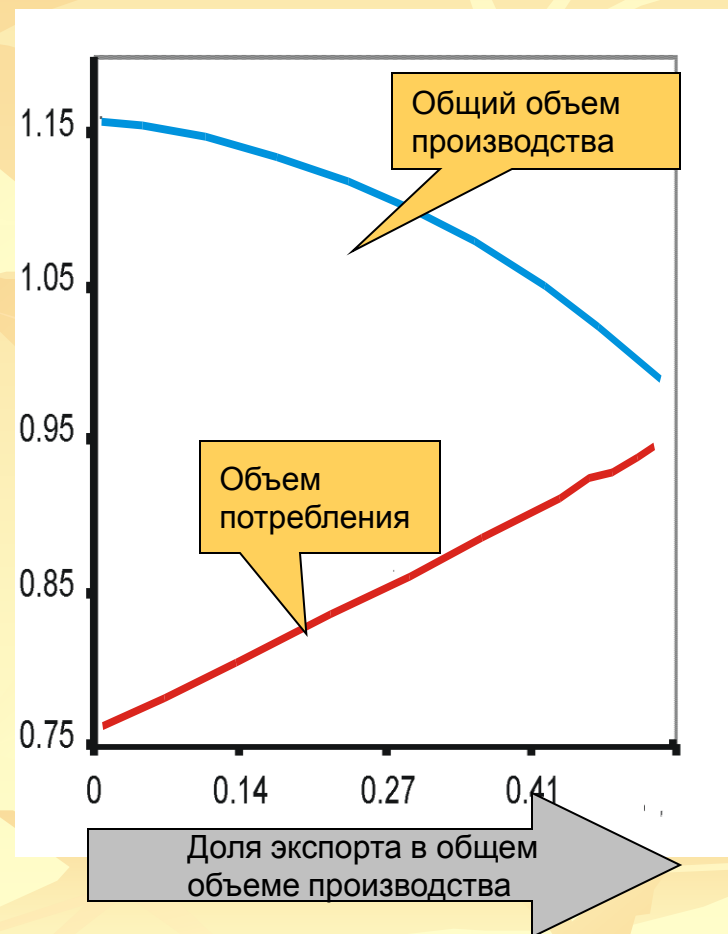


# ЭКОНОМИКА САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

(1989-1991, Премьер-министр СССР - В.С. Павлов)

☆ Модель построена в 1990г. Описана экономика, в которой предприятия, оставшись в государственной собственности, получили право самостоятельно распоряжаться своей продукцией, произведенной сверх госзаказа. Но в условиях распада потребительского рынка предприятия вынуждены были снабжать свои трудовые коллективы потребительскими товарами. В модели учтены **бартерный обмен** между предприятиями и **чёрный рынок** потребительских продуктов.

☆ Модель описывает тенденцию к **сокращению производства** за счет **свертывания отраслей ВПК** при **росте экспорта сырья**. При этом в краткосрочном плане объем потребления может даже расти. Эта тенденция проявляется тем ярче, чем выше доходность чёрного рынка.



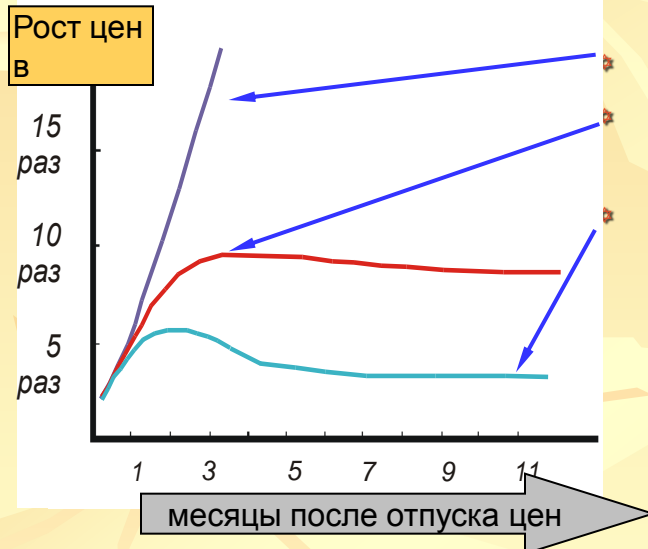
# ПРОГНОЗ ПОСЛЕДСТВИЙ ЛИБЕРАЛИЗАЦИИ ЦЕН В ПЛАНОВОЙ ЭКОНОМИКЕ

(1992, и.о. Председателя правительства РФ - Е.Т. Гайдар)

## Расчеты произведены в 1990г., за 2 года до реформы

Модель построена в 1990г. по запросу Комиссии по экономической реформе ВС СССР оценить **последствия либерализации цен**. Представленные оценки Комиссия не приняла во внимание.

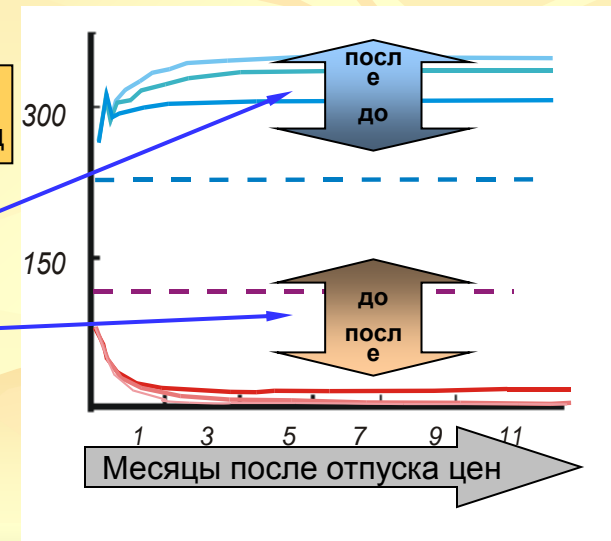
Модель предсказала катастрофический **рост цен, резкое расслоение населения по доходам и потерю им сбережений** при неизбежном **резком сокращении государственного потребления**.



Цены неограниченно растут при сохранении 3/4 гос. потребления  
Фактически за 1992г. гос. потребление было сокращено на 60%,  
и за первые три месяца этого года цены выросли в 10 раз.

Рост цен мог быть относительно небольшим лишь при сокращении гос. потребления на 3/4 за полгода

Доходы, млрд. руб. в год

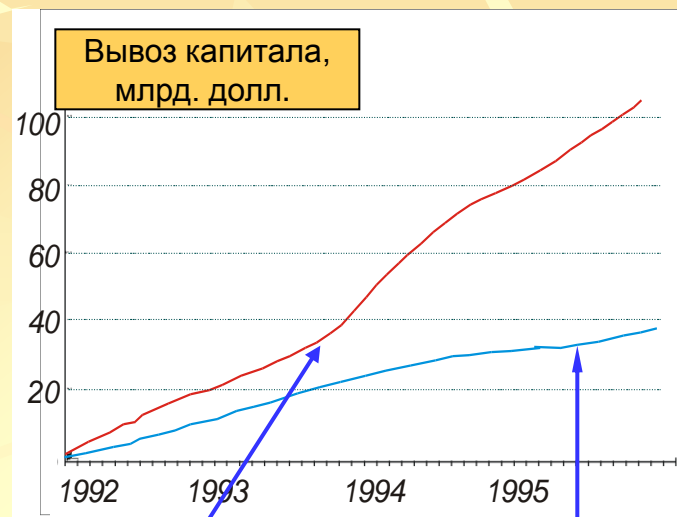
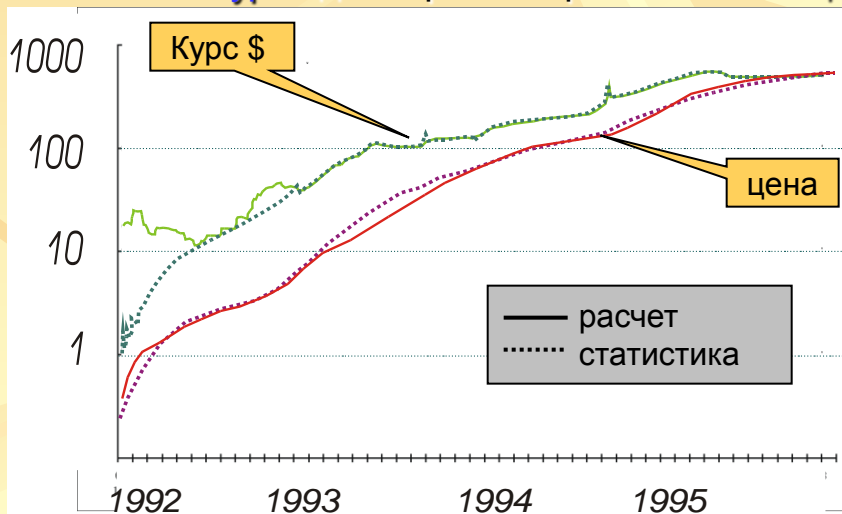


Во всех случаях возникала резкая дифференциация доходов **занятых коммерцией и производством** и **занятых в бюджетной сфере**

Подробное исследование модели показало, что были и другие, **более мягкие варианты** либерализации, но они требовали точной и жесткой налоговой и бюджетной политик.

# ЭКОНОМИКА ПЕРИОДА ВЫСОКОЙ ИНФЛЯЦИИ (1992-1995 гг., Председатель правительства РФ - В.С. Черномырдин)

- ☆ Модель построена в 1993г. по заказу Центра экономической конъюнктуры при Правительстве РФ.
- ☆ Модель описывает экономику, сложившуюся в России после реформы 1992г., когда в сфере обращения возникла **иерархия монополий: экспортеры и банки → импортеры → промышленные предприятия**. В модели описаны обращение неплатежей, льготное кредитование производителей Центральным банком (практиковалось в 1992-1994гг.), функционирование банков в условиях, когда отсутствуют сбережения населения, а процент за кредит меньше темпа инфляции.
- ☆ Модель хорошо предсказывала основные макропоказатели состояния экономики и особенно точно изменение **курса** доллара и потребительских **цен**.



- ☆ Модель использовалась для оценки вывоза капитала из страны **экспортерами** и **импортерами**.
- ☆ С помощью модели систематически проводился анализ последствий разных вариантов государственной макроэкономической политики и были выявлены **потенциально опасные** жесткие монетаристские варианты, грозившие дефляционным шоком экономики. С помощью модели было проанализировано внутреннее экономическое содержание событий "черного вторника" 11 октября 1994г.



# ЭКОНОМИКА ПЕРИОДА ФИНАНСОВОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ (1995-1998г., Председатели правительства РФ – В.С. Черномырдин, С.В. Кириенко)

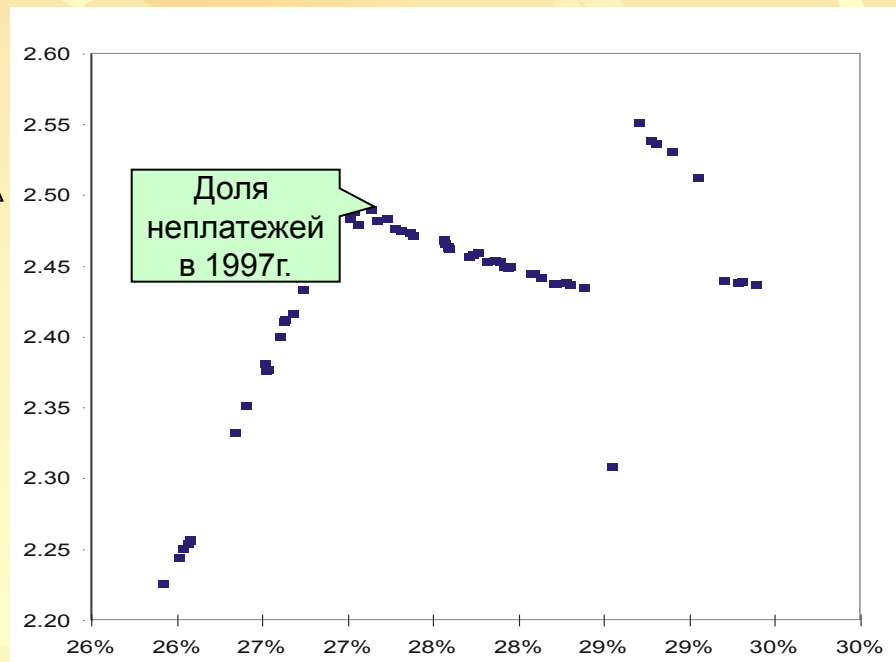
Модель построена в 1996г. по заказу Главного управления ЦБ РФ по Свердловской области. В 1997-1998г. модель использовалась для **регулярных аналитических и прогнозных расчетов** состояния экономики и кредитно-денежной системы Свердловской области. По данным о состоянии экономики области на конец мая 1998г. с помощью модели было **предсказано, что в августе 1998г. наступит кризис банковской системы области.**

Модель описывает экономику типичного российского региона периода "финансовой стабилизации", когда в результате приватизации руководство предприятий в массе перестало чувствовать ответственность за благосостояние трудового коллектива, Центральный банк прекратил льготное кредитование производителей и последние вынуждены были занимать деньги у коммерческих банков, коммерческие банки могли вкладывать свободные активы в ГКО.

В модели описано обращение неплатежей, а также теневой оборот денег. С помощью модели был объяснен феномен спонтанного объединения промышленных и торговых предприятий под эгидой коммерческих банков.

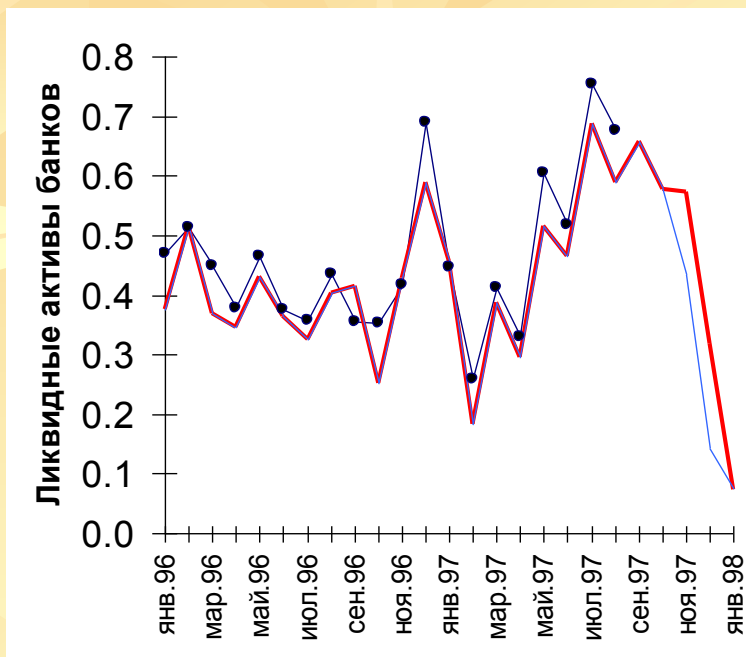
Показано, что неплатежи производителей и теневой оборот денег представляют собой разные проявления одного и того же механизма адаптации производителей к высоким издержкам обращения.

Средний уровень жизни в регионе



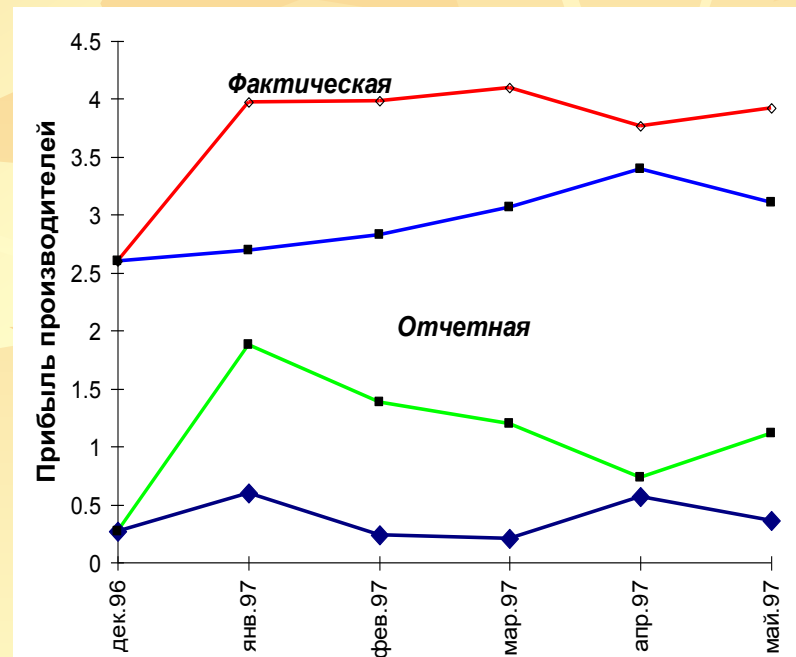
Доля неплатежей в оплате топлива

# ЭКОНОМИКА ПЕРИОДА ФИНАНСОВОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ (продолжение)



## Верификация модели

Модель воспроизводила динамику более чем 70 основных статистических показателей развития области в течении года с отклонением **менее 10%** и корреляцией **более 85%**



## Аналитические расчеты

С помощью модели проводились аналитические расчеты, например, что было бы, если теневой оборот исчез

- *Экономисты слишком много внимания уделяют по сути фиктивным процессам в финансовой сфере. Следует сосредоточиться на описании сферы производства и в первую очередь производства энергии, продовольствия, металла как единственных реальных ценностей. Тогда сразу все проблемы экономики прояснятся*

# Исходные представления

## материальные балансы

Вся бухгалтерия и вся экономическая статистика построены на следующей картине движения **материальных благ**: продуктов, услуг и ресурсов.

- Исчерпывающий список  $N$  всех физических и юридических лиц ( $|N| \sim 10^9$ ).
- Исчерпывающий список  $\mathcal{G}$  всех материальных благ ( $|\mathcal{G}| \sim 10^9$ ).
- В момент времени  $t$  весь наличный объем блага  $i \in \mathcal{G}$  разделен между агентами  $v \in N$ ,

$$\dot{Q}_i^v = X_i^v - C_i^v - V_i^v - Z_i^v - \sum_{\mu \in N} (h_i^{\mu v} - h_i^{v\mu}),$$

*Скорость изменения запаса*      *производство*      *конечное потребление*      *текущие затраты*      *капитальные затраты*      *передачи*

Сложность этой системы превосходит возможности ее наблюдения и планирования, поэтому экономика, как система принятия решений по поводу производства, распределения и потребления

- всегда **децентрализована**
- нуждается в **механизмах агрегирования** (свертывания) информации.

**материальные балансы не могут адекватно описать движение общественных и информационных благ**

# Исходные представления

## финансовые балансы

Свертывание и передачу информации осуществляют **деньги**.

Каждому потоку обмена  $h_i^{v\mu}$  отвечает встречный поток платежей

$$H_i^{\mu v}(t) = p_i(t) h_i^{v\mu}(t)$$

*цена*

Умножая балансы на цены и складывая по группам агентов и продуктов, получаем **агрегированное описание**, в частности, **основной макроэкономический баланс**

$$\sum_{v \in S} \sum_{i \in \mathcal{P}} p_i (X_i^v - V_i^v) = \sum_{v \in S} \sum_{i \in \mathcal{P}} p_i C_i^v + \sum_{v \in S} \sum_{i \in \mathcal{P}} p_i (Z_i^v + \dot{Q}_i^v) + \sum_{v \in S} \sum_{i \in \mathcal{P}} p_i \sum_{\mu \in N \setminus S} h_i^{v\mu} - \sum_{v \in S} \sum_{i \in \mathcal{P}} p_i \sum_{\mu \in N \setminus S} h_i^{\mu v}$$

*ВВП*                      *Потребление*                      *Накопление*                      *Экспорт*                      *Импорт*

Запасы денег – аддитивная величина

$$\dot{W}^v = \sum_{\mu \in N} \sum_{i \in \mathcal{G}} (H_i^{\mu v} - H_i^{v\mu}) + \sum_{\mu \in N} (T^{\mu v} - T^{v\mu}) + \sum_{\mu \in N} (\dot{L}^{\mu v} - \dot{L}^{v\mu}) + \sum_{\mu \in N} (R^{\mu v} - R^{v\mu})$$

*скорость изменения запаса денег*                      *платежи*                      *трансферты*                      *скорость изменения долгов и сбережений*                      *проценты*

Потоки денег замкнуты  $\frac{d}{dt} \sum_{v \in N} W^v(t) = 0$

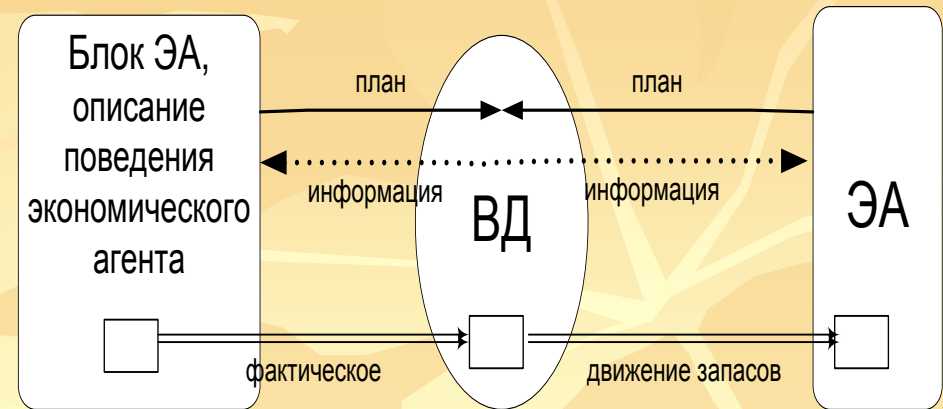
Деньги возникают в процессе **кредитной эмиссии** – одновременного увеличения активов (положительных запасов) и пассивов (отрицательных запасов)

- *Экономисты привыкли рассуждать в рамках экономического равновесия, а в реальности, особенно в кризис, все процессы неравновесны. От концепции равновесия надо уходить*

# Описание поведения агентов

- **Динамическое равновесие** = баланс сил
- **Статистическое равновесие** = баланс вероятностей перехода
- **Экономическое равновесие** = баланс интересов

**Совокупность показанных выше кривых = ОДНО РАВНОВЕСИЕ**



❖ В модели **агенты** = лица, принимающих решение относительно величины потоков, находящихся в их «компетенции». **Балансы** служат внутренними **ограничениями** на возможности выбора агентов. Другими внутренними ограничениями служат **технологические ограничения**.

❖ Главная задача экономики – определить потоки обменов. Идея экономического равновесия: агенты предлагают **свои планы** величин потоков (спрос или предложение). Этот план условный – он зависит от значений особых **информационных переменных** (цен, процентов, курсов), значения которых приносят агенту информацию о состоянии всей системы. Допустимые сложившимися экономическими отношениями планы описываются **институциональными** (внешними) ограничениями, содержащими информационные переменные -- согласуются в процессе взаимодействия так, чтобы **по всей системе выполнялись включенные в модель балансовые соотношения**.

- *Экономическая теория слаба потому, что, игнорируя «человеческий фактор», изучает полностью вымышленных рациональных homo economicus*



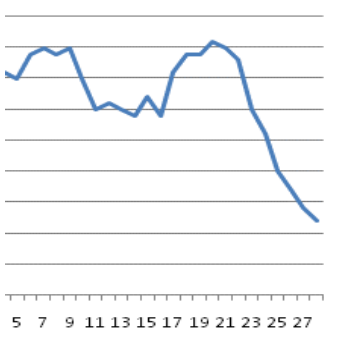
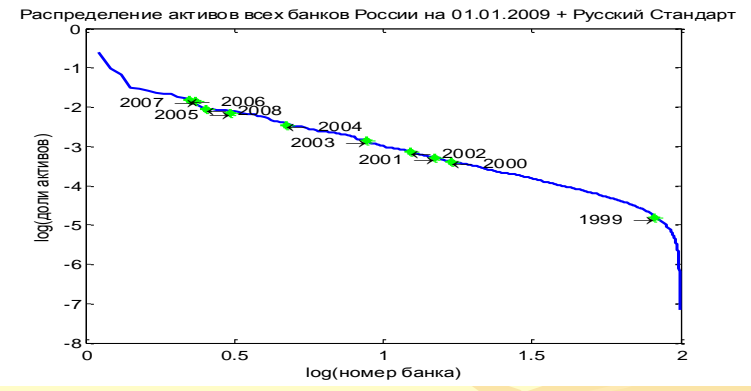
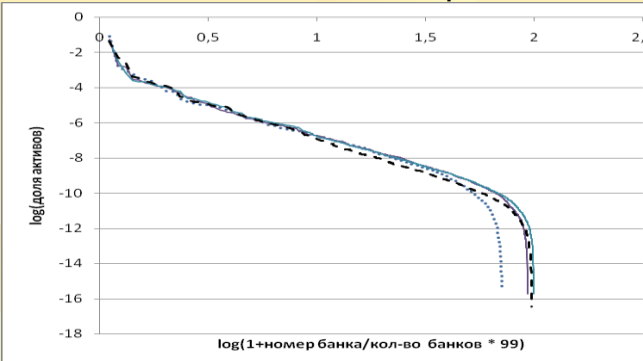
# Исходные представления: *Рациональные макроагенты*

В моделях САРЭ для большинства агентов постулируется **рациональное поведение**, т. е. выбор в рамках ограничений такой стратегии, которая максимизирует некий показатель: полезность, прибыль, капитализацию и т. п.

Поведение отдельных людей прихотливо поэтому все попытки основать экономическую теорию на законах психологии полностью провалились. В экономике мы можем что-то понять только потому, что в ней проявляется лишь малая часть богатства внутреннего мира человека.

Представление об автономных «репрезентативных индивидах» противоречит тому, что люди и организации взаимодействуют друг с другом. В крупных группах субъектов, выполняющих сходные роли в экономике, имеют место конкуренция и подражание. В результате коллективное поведение группы более просто и последовательно, чем поведение любого из её членов, и может быть описано как простое стремление к максимизации потребления, прибыли, богатства. **это можно подтвердить прямыми измерениями.**

Можно указать простые зависимости, которые в течение долгого времени выполняется для всей российской банковской системы на порядок точнее, чем для любого отдельного банка, в том числе и самого крупного.



Результаты измерений по методике А.А. Шананина

- Отдельная семья НЕ ИМЕЕТ функции полезности
- Социальный слой НЕ ИМЕЕТ функции полезности
- Население страны ИМЕЕТ функцию полезности
- Совокупность покупателей магазина ИМЕЕТ функцию полезности

# Исходные представления

## *принцип рациональных ожиданий*

В динамических моделях агент планирует свои действия на будущее, и, значит, должен прогнозировать будущие изменения конъюнктуры (информационных переменных).

**Парадокс:** мы строим модель, чтобы дать прогноз конъюнктуры, а для построения модели надо знать, как агенты конъюнктуру прогнозируют!

Радикальным решением этого парадокса служит принцип рациональных ожиданий. Наиболее просто он формулируется так: **Модельные агенты используют для своих прогнозов ту самую модель, которую мы строим!**

Принцип рациональных ожиданий, резонно вызывает сомнения, поскольку подразумевает, что модельные агенты «знают все наперед». Мы рискнули применить его к моделированию реальной российской экономики. В результате мы добились успеха большего, чем при феноменологическом упрощении описания поведения агентов, характерном для CGE моделей и ранних моделей САРЭ.

Сейчас стали выясняться причины этого успеха.

В детерминированном случае принцип рациональных ожиданий приводит к модели **межвременного экономического равновесия**

Каждый агент, исходя из своих целей, возможностей и прогнозов, определяет свой спрос и предложение на продукты, ресурсы и финансовые инструменты в текущий и все будущие моменты времени, а потом прогнозы (единые для всех) определяются из условия согласования спроса и предложения опять-таки в текущий и все будущие моменты времени.

Естественные требования

- соответствия классической модели экономике совершенной конкуренции Эрроу-Дебре
- согласованности во времени;
- масштабной инвариантности

Приводят к **модели межвременного равновесия с управлением капиталом**

# Математическая форма модели: общая задача агента

$$\bar{\theta}^a \bar{K} \rightarrow \max$$

двойственные переменные **имеют смысл цен**

$$\dot{\Phi}^a = \mathbf{r}(t)\mathbf{x}^a + \mathbf{p}(t)\mathbf{y}^a - \bar{\theta}^a v(t),$$

$$\xi^a$$

$$\dot{\mathbf{x}}^a = \mathbf{R}\mathbf{x}^a + \mathbf{P}\mathbf{y}^a,$$

$$\psi^a$$

$$\mathbf{g}(t, \mathbf{x}^a, \mathbf{y}^a, \Phi^a) \geq 0,$$

$$\varphi^a$$

$\mathbf{g}(t, \cdot, \cdot, \cdot)$  – вогнута и однородна  $\mathbf{x}^a \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}^a} + \mathbf{y}^a \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}^a} + \Phi^a \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \Phi^a} = \mathbf{g}$

- ❖ Задача агента – это неавтономная задача оптимального управления со смешанными ограничениями. Считаем возможным обойтись достаточными условиями оптимальности в форме Лагранжа

## Система условий оптимальности -- гамильтонова

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\psi}} H(t, \mathbf{q}, \boldsymbol{\psi}) \quad \dot{\boldsymbol{\psi}} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} H(t, \mathbf{q}, \boldsymbol{\psi})$$

Это вызывает ассоциацию: «Динамическая система, типичные решения которой суть обратимые колебания или вращения вокруг положений равновесия с сохранением величин, связанных с симметриями системы».

- *Математическая экономика слишком увлекается, с одной стороны, математическими абстракциями, а с другой – голыми вычислениями. Ей бы позаимствовать путь содержательного анализа, наработанный теоретической физикой*

# Отличие от физики

- ❖ **Обратимости может не быть** вследствие неголономных связей
- ❖ Симметрий ожидать, вроде не приходится ввиду неавтономности системы, но **симметрия есть**. Ввиду того, что **управления экстенсивны**, а **возмущения** по большей части **интенсивны**, имеется **нарушенная симметрия инвариантности относительно растяжения «координат»**.

Это позволяет определить **капитал агента** как стоимость его чистых активов, оцененных в двойственных ценах

$$\Omega^a(t) = \Phi^a + \frac{\psi^a x^a}{\xi^a} \quad \frac{d\Omega^a(t)}{dt} = \rho^a(t)\Omega^a(t) - \bar{\theta}^a v(t) \quad , \quad \text{Аналог теоремы Нетер}$$

Анализ выражения для **балансовой прибыли** — обнаруживает полное соответствие бухгалтерским правилам исчисления этой величины

$$\rho^a(t)\Omega^a(t)$$

- ❖ **Динамической системы с вращениями нет**, поскольку типичные особые точки гамильтониана не центры, а седла. Импульсы ненаблюдаемы и неустойчивы. **Надо решать краевую задачу**

Неизвестное физике **магистральное свойство**: **Оптимальная траектория слабо зависит от далекого будущего**

- ❖ **Сильное магистральное свойство**: при «правильных» значениях параметров влияние будущего затухает за один шаг

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\psi}} H(t, \mathbf{q}, \boldsymbol{\psi}) \quad 0 = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} H(t, \mathbf{q}, \boldsymbol{\psi})$$

# Теория благосостояния и набор экономических агентов.

- ❖ Добавим к системе материальных балансов
  - ограничения на возможные траектории выпусков и затрат и / или
  - оценки полезности траекторий потребленияи поставим задачу
  - **максимизации взвешенной суммы всех полезностей** при всех балансовых и технологических ограничениях
- ❖ Снимем ограничения на равенства отданных и полученных благ множителями Лагранжа и применим теорему о седловой точке. Тогда **задача оптимизации превратится в задачу об отыскании равновесия по Нэшу в некооперативной** игре следующих лиц.
  - **Производителей**, определяющих объемы производства и затрат так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных ценах в рамках отдельных групп технологических ограничений и отдающих прибыль потребителям по праву собственности.
  - **Потребителей**, определяющих объемы потребления так, чтобы максимизировать свою полезность при заданных ценах в рамках бюджетного ограничения.
  - **Торговцев**, определяющих цены так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных потоках спроса и предложения, и получающих в равновесии нулевую прибыль.
- ❖ **Роль цен** играют множители Лагранжа при ограничениях на равенство отданных и полученных благ. Если пренормировать эти цены так, чтобы они отражали текущую, а не приведенную к началу стоимость, то появится
  - **процент и Банк**, определяющих процент так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных потоках спроса и предложения кредитов.
  - Свобода нормировки цен (монетарного регулирования), которым занимается **ЦБ**.
- ❖ Если ввести **общественные блага**, то получим их оплату вкладчину (**налоги**) их единственного производителя – **Государство**.

# МОДЕЛЬ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 2004-2010 гг. *Балансы*

❖ В модели описываются **реальный сектор**,

- производящий *внутренний* и *экспортный* продукты, и
- потребляющий *внутренний* и *импортный* продукты,
- использующий для производства *труд* и производственные фонды

❖ **финансовый сектор.**

Сопровождающие производство, распределение и потребление продуктов финансовые потоки описываются как оборот 6 **финансовых инструментов**:

- **наличных денег,**
- **остатков расчетных счетов,**
- **остатков корреспондентских счетов в ЦБ,**
- **банковских ссуд,**
- **банковских депозитов,**
- **депозитов/кредитов банков в ЦБ,**
- **иностранной валюты.**

Продукты, труд и финансовые инструменты образуют набор *аддитивных величин*, для которых в модели выписывается *полная система балансов*, причем потоки финансовых инструментов разделяются на легальные и теневые.

**Наблюдаемыми величинами в целом по экономике служат только финансовые потоки**

**Статистические материальные балансы (натуральные показатели) строятся из финансовых**

**Финансовые потоки замкнуты – новые деньги рождаются за счет одновременного роста положительных запасов (активов) и отрицательных запасов (пассивов)**

# МОДЕЛЬ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 2004-2009 гг. *Агенты*

❖ Развитие экономики, выраженное движением аддитивных величин, описывается как результат деятельности 9 макроагентов:

- **Производителя**, представляющего совокупность нефинансовых коммерческих организаций,
- **Банка**, представляющего совокупность финансовых коммерческих организаций,
- **Населения**, представляющих физических лиц – потребителей и наемных работников,
- **Собственника**, представляющего физических и юридических лиц, управляющих движением капитала между секторами национальной экономики и за пределы страны.
- **Торговца**, как чистого посредника между потребителями, производителем, экспортером и импортером
- **Государства**, деятельность которого представлена в модели явно агрегированным описанием деятельности Министерства финансов и неявно – установлением различных параметров экономической политики (ставок налогов, госрасходов, норм резервов и др.).
- **Центрального банка**, представленного в модели своими функциями эмитента национальной валюты, держателя валютных резервов, расчетного центра и кредитора коммерческих банков.
- **Экспортера**
- **Импортера**



# МОДЕЛЬ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 2004-2009 гг.: Вид модели

- ❖ Исходное структурированное представление модели состоит из 162 динамических и конечных нелинейных уравнений, для которых ставится **краевая задача**.
- ❖ **Вся совокупность траекторий = одно экономическое равновесие**
- ❖ В качестве **экзогенных переменных** выступают **индексы экспортных и импортных цен, численность занятых**, а также государственная экономическая политика, описываемая переменными:
  - **государственного потребления**
  - **субсидий населению**
  - **валютного курса**
  - **учетной ставки ЦБ**
  - **налогов, пошлин**
- ❖ Система уравнений модели содержит 50 постоянных параметров, из которых 30 идентифицируются независимо от модели (ставки налогов, параметры производственных функций и др.), а 20 служат для «подгонки».
- ❖ Модель идентифицируется по официальной **несглаженной квартальной статистике**.

# Информационная технология создания моделей

**Система ЭКОМОД**, в среде компьютерной алгебры **Maple**, поддерживает все этапы разработки и использования модели в канонической форме:

## Описание блоков

Контроль синтаксиса, Контроль размерности, Автоматическая генерация условий оптимальности, Использование упрощенных обозначений

## Сборка модели

Контроль системы балансов, Контроль информационных связей агентов, Некоторые гарантии от смешения обозначений

## Аналитическое исследование модели

Автоматическое упрощение системы соотношений на основе их семантики,

Возможность узнать **исходный вид и смысл** соотношений после любых преобразований,

**Контроль корректности переобозначений,**

Сохранение дерева вариантов преобразований в файловой системе, Возможность быстро повторить все преобразования при модификации исходных гипотез

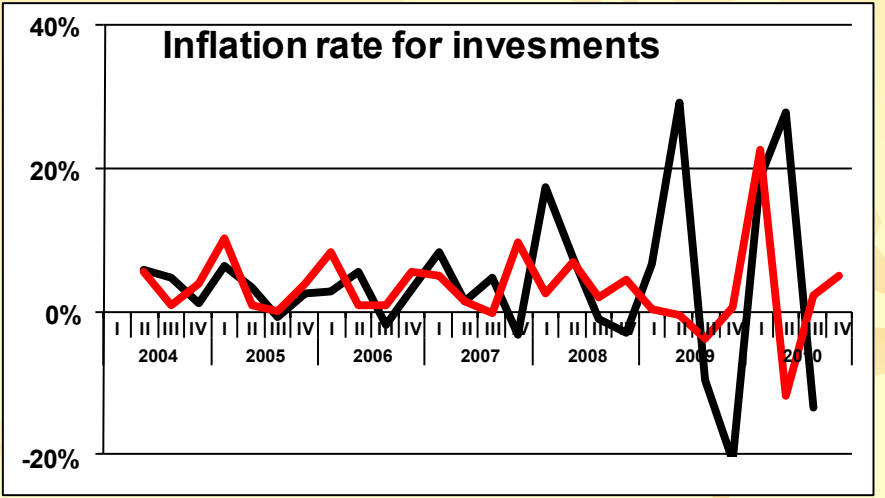
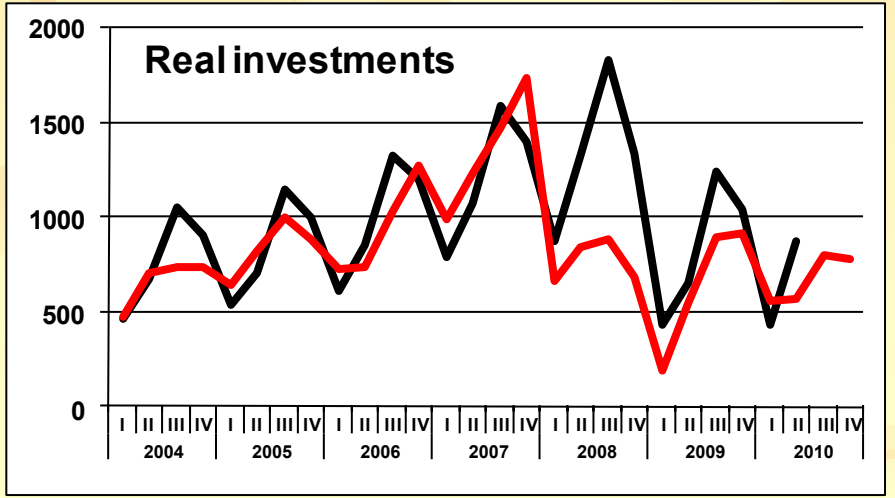
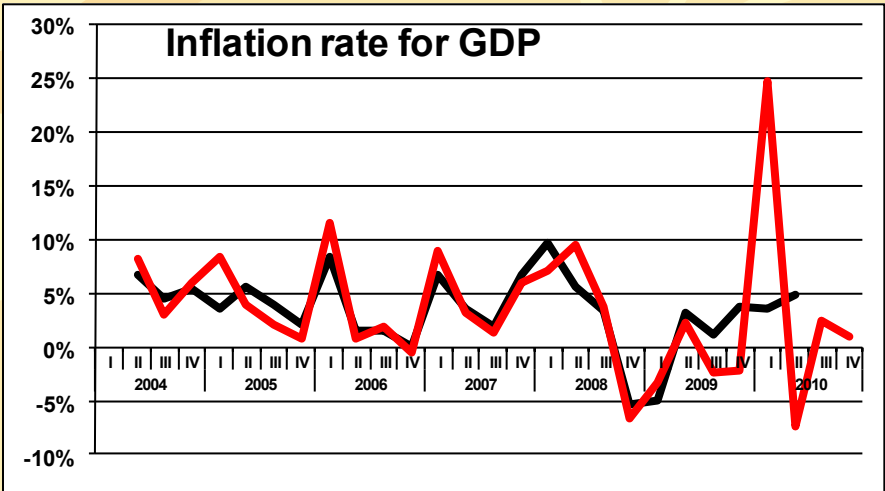
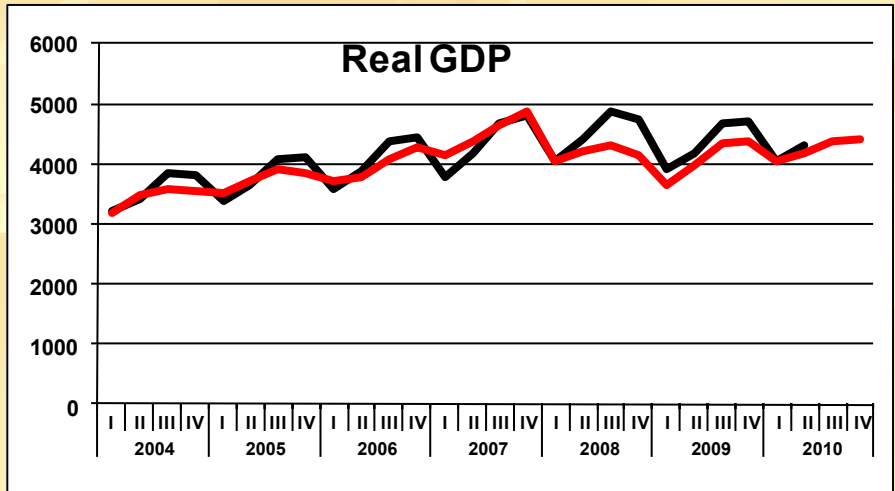
**Расчеты по модели** (идентификация, верификация, численные эксперименты, Сохранение стандартной математической нотации до самого расчета

**Представление и хранение результатов расчетов**

# Model of Intertemporal Equilibrium of Russian Economy of 2004-2009

*numerical results*

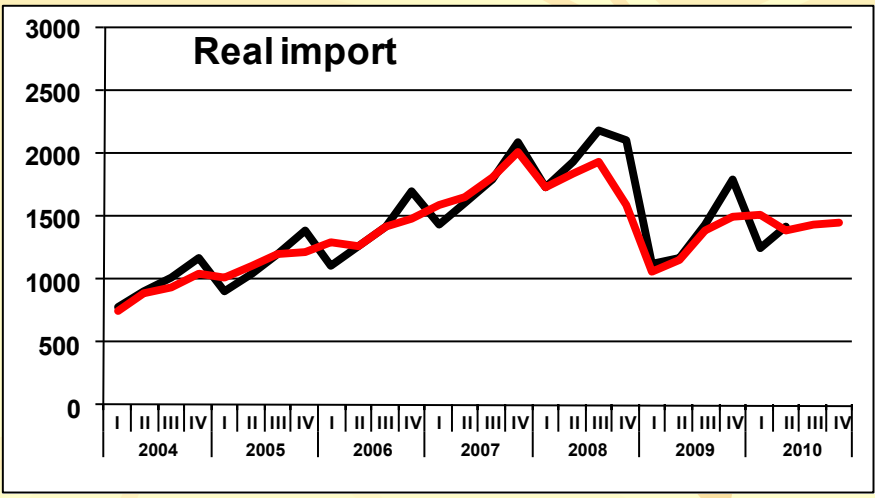
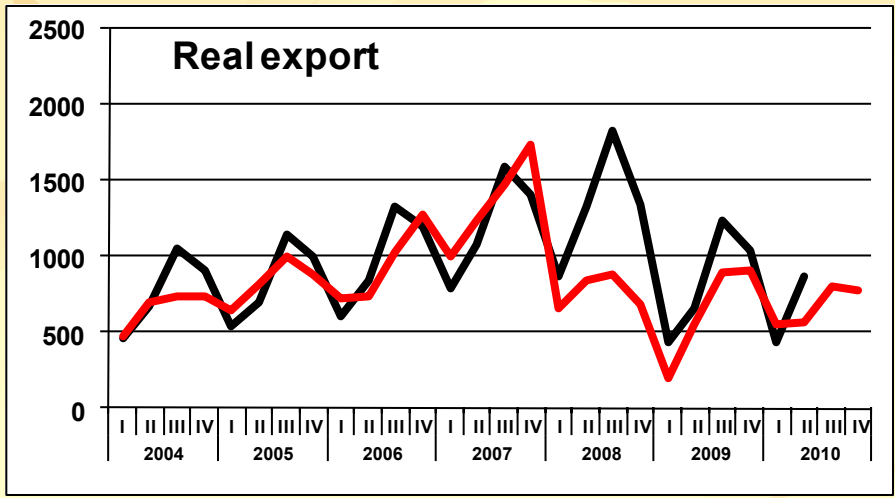
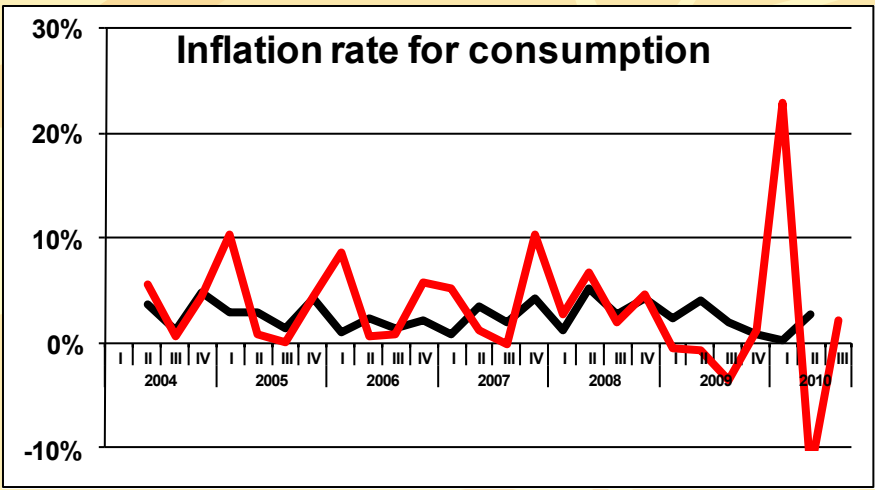
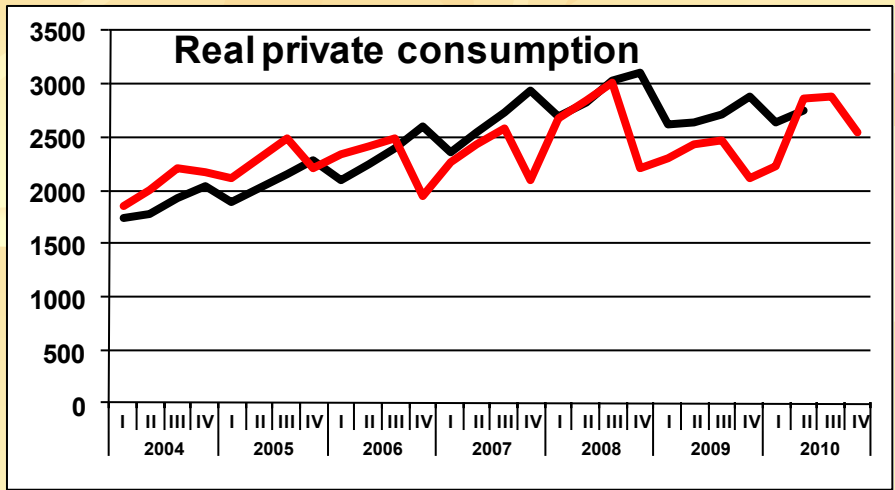
- statistics
- model



# Model of Intertemporal Equilibrium of Russian Economy of 2004-2009

*numerical results*

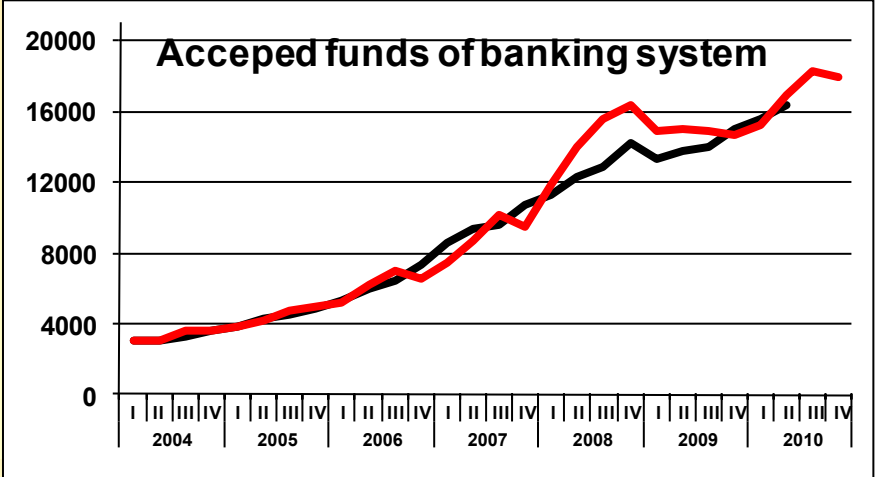
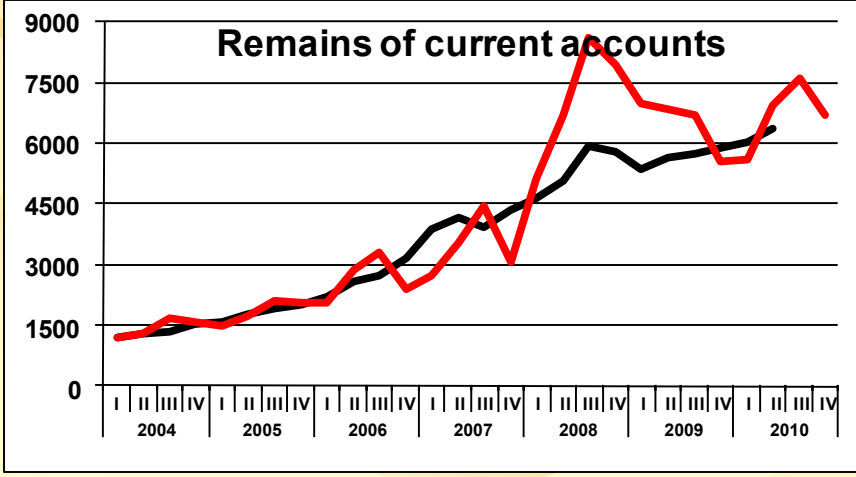
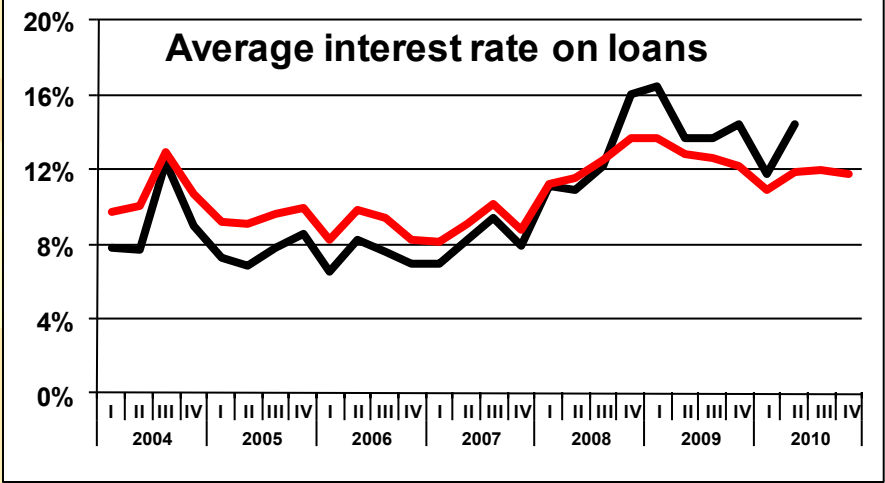
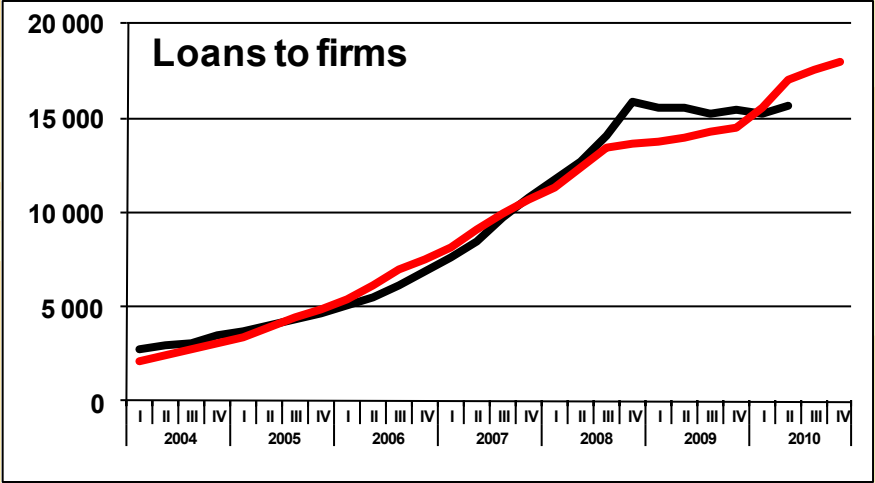
- statistics
- model



# Model of Intertemporal Equilibrium of Russian Economy of 2004-2009

*numerical results*

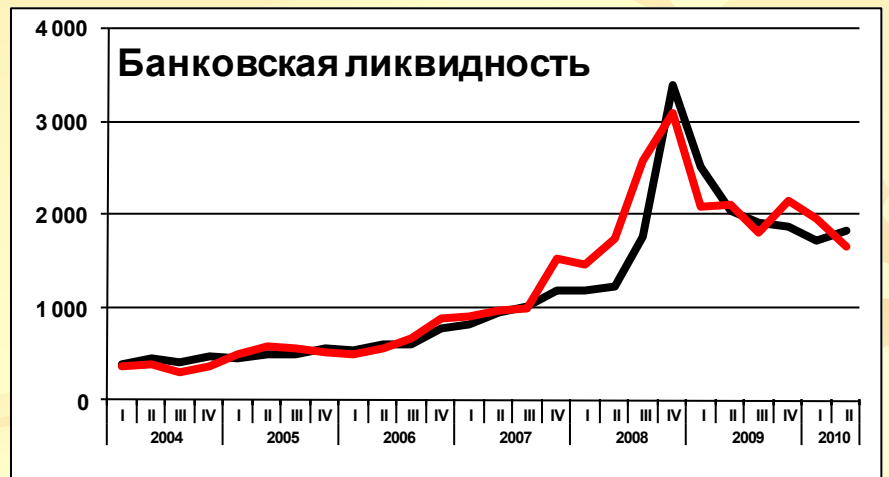
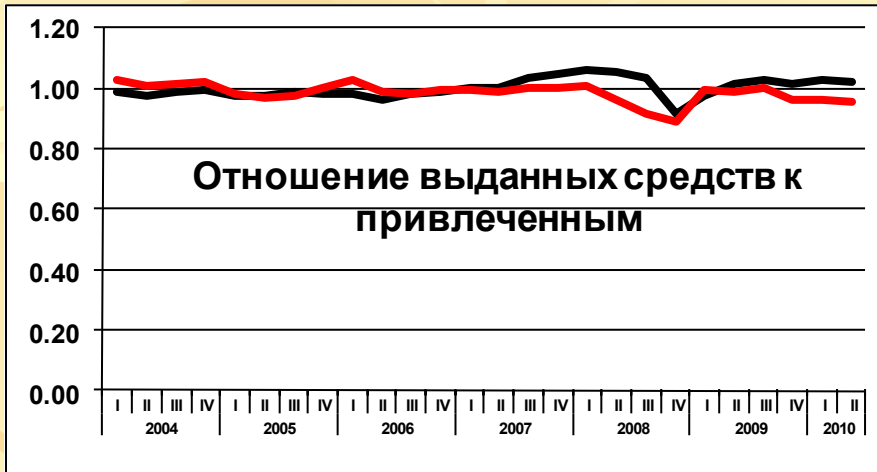
- statistics
- model



# Model of Intertemporal Equilibrium of Russian Economy of 2004-2009

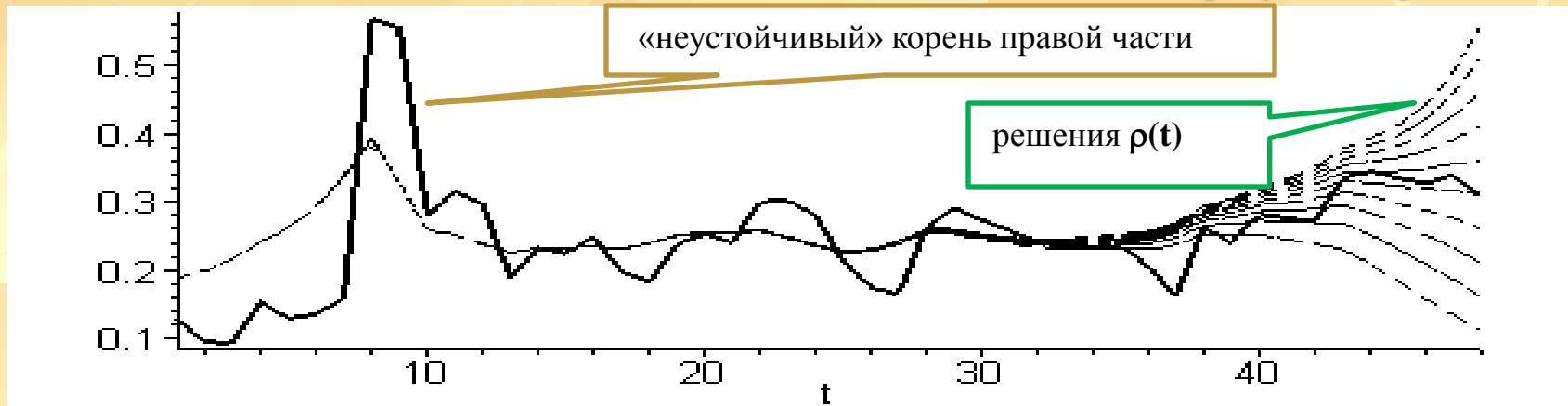
*numerical results*

statistics   
 model 

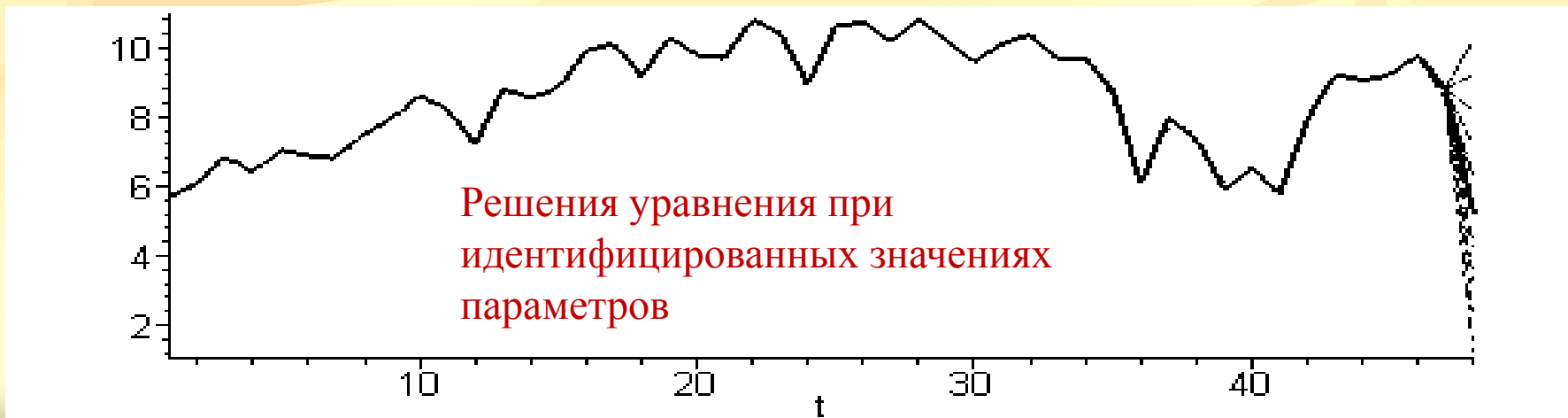


# Магистральное свойство

Для  $\rho(t)$  и  $k(t)$  есть только конечные значения, но в силу неустойчивости уравнений они не очень существенны. Фактически эти уравнения **имеют единственное «разумное» решение.**



# Сильное магистральное свойство



# Текущие прогнозы экономического развития

	2013	2014	2015	2016
Цена на нефть, Brent, долл/бар	107	101	100	100
Сальдо счета операций с капиталом, млрд долл	-45	-15	0	20
Бивалютная корзина ЦБР, сред за период	36.70	37.91	38.93	39.61
Индекс потребительских цен на конец года, %	105.5	105.1	104.9	104.8
Валовый внутренний продукт, млрд. руб.	73003	77942	84435	91266
Валовый внутренний продукт, темп роста, %	101.9	101.6	102	101.8
Доходы бюджета, млрд. руб.	13428	13635	14317	15116
Расходы бюджета, млрд. руб.	14652	16117	17729	19502
Баланс госбюджета, % к ВВП	-1.7%	-3.2%	-4.0%	-4.8%
Экспорт товаров, млрд. долл.	534	520	525	536
Импорт товаров, млрд. долл.	355	356	367	382
Сальдо счёта текущих операций, % к ВВП	2.9%	2.0%	1.4%	0.8%
Валютные резервы, млрд. долл.	495	527	561	602



# Экономический антропный принцип !?

❖ Хотя задача о рациональном поведении банка ставилась в предположении знания будущих значений информационных переменных, на оптимальной траектории оставшиеся двойственные переменные определяются текущими значениями информационных переменных, и **рациональное поведение банка фактически описывается динамической системой**, а не краевой задачей

Возникает ощущение существования **«экономического антропного принципа»**: экономический механизм вступает в действие только тогда, когда его рациональное использование не требует слишком детального предвидения. Поэтому если в модели описывать не абстрактную, а реально наблюдаемую систему экономических механизмов, то в этой модели после идентификации проявится сильный магистральный эффект.

# МИРОВОЙ ФИНАНСОВЫЙ КРИЗИС

1992

США импортируют мозги и экспортируют технологии.  
На выручку покупают за границей материальные блага.  
Производство выводится.  
Население занимается обслуживанием друг друга

2000

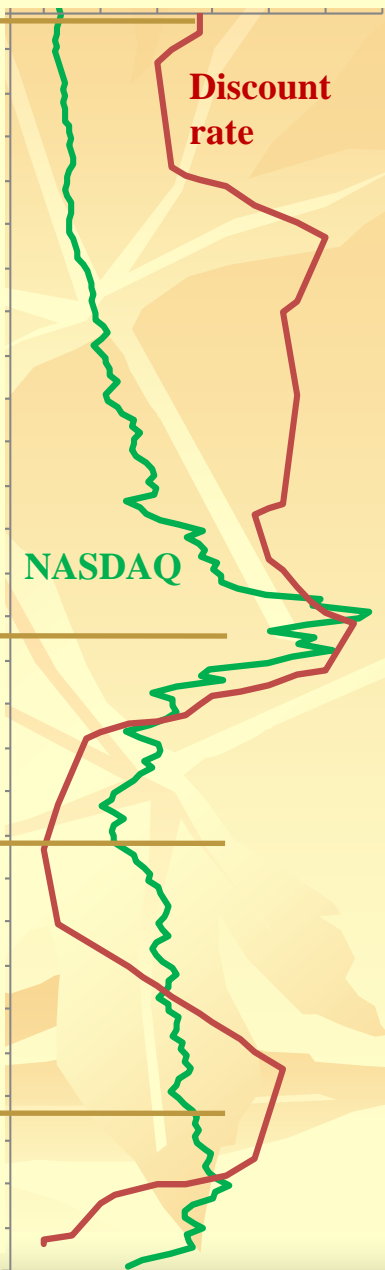
Развитие высоких технологий обернулось пузырем. Другого мотора не нашлось.  
Политика монетарного регулирования догматически доводится до абсурда

2003

Переход к кейнсианским механизмам стимулирования – **война в Ираке** –  
подъем экономики. Набранные по низким ставкам ипотечные кредиты  
становятся невозвратными

2007

ипотечный кризис – банкротства – распродажа иностранных активов



# Окончательная система

$$0 = -\text{BudInc}(t) + ty p_y(t) (A M(t) + B e^{(b(t-t_0))} R_s(t)) + tes s(t) R_s(t) \\ + w_s(t) \text{Ep}(t) (e_s(t) + te) \text{pex}_s(t) - \frac{\text{pim}_s(t) \text{Ip}(t) w_s(t) (i_s(t) + ti)}{-1 + i_s(t) + ti} \\ + tj p_j(t) \text{JG}_s(t)$$

$$\text{Lc}(t) = (E(t) - u_s(t)) P(t) - L(t)$$

$$\text{Liq}_{CB}(t) = \text{Liq}(t) - Q_B(t) + P(t) u_s(t)$$

$$N(t) = P(t) - S(t) - \text{Df}_s(t)$$

$$Y(t) = A M(t) + B e^{(b(t-t_0))} R_s(t)$$

$$\text{Ip}(t) = D_1(qc)(p_i(t), p_u(t)) (C(t) + G_s(t)) + D_1(qj)(p_i(t), p_u(t)) J(t)$$

$$\text{Ep}(t) = D_2(qy)(p_u(t), pq_e(t)) Y(t)$$

$$p_c(t) = qc(p_i(t), p_u(t))$$

$$p_j(t) = qj(p_i(t), p_u(t))$$

# Окончательная система

$$N(t) = (p_y(t) Y(t) + mn3 Df_s(t)) \left( -mn1 \rho_j(t) + mn2 + mn4 \sin\left(\frac{\pi t}{2} + mn5\right) o_s(t) \right) \\ + \tau_s s(t) R_s(t) - \tau_j (-J(t) + JG_s(t)) p_j(t) + \tau_l L(t)$$

$$K(t) = (p_y(t) Y(t) + lf2 p_j(t) J(t) + lf3 s(t) R_s(t) + lf4 SP_s(t)) \\ (-mk1 k(t) + mk2 + mk3 r(t))$$

$$e^{\left(\frac{r_s(t) - \nu_H(t)}{ah0}\right)} = \left(\frac{MQ(t)}{Mc0}\right)^{ah1} \left(\frac{p_c(t) C(t)}{pC0}\right)^{ah2} \quad (ddj - ej \rho_j(t) + ej2 Dw_s(t)) (p_y(t) Y(t) + ejl L(t) + ejn N(t)) = \\ (p_j(t) + \rho_j(t) \tau_j p_j(t)) M(t) + N(t) + (-k(t) - 1) L(t)$$

$$e^{\left(-\frac{\rho_B(t) + \frac{d}{dt} w_s(t) + db}{eb}\right)} P(t) = (E(t) - u_s(t) - 1) P(t) - \left( -\sigma + r(t) \right. \\ \left. - \frac{(-m + chiB) r_s(t)}{m u_s(t) - m + \tau bs_s(t)} - \frac{(-chiB + chiB u_s(t) + \tau bs_s(t)) rlcb_s(t)}{m u_s(t) - m + \tau bs_s(t)} \right. \\ \left. - \rho_B(t) chiB \right) L(t) / (-\sigma - bl_s(t) - \rho_B(t)) + Liq(t) + (S(t) + Df_s(t)) u_s(t) \\ + u_s(t) (P(t) - S(t) - Df_s(t))$$

$$\frac{d}{dt} p_j(t) = \nu_j(t) p_j(t)$$

# Окончательная система

$$-\left(\frac{d}{dt} k(t)\right) = (bl\_s(t) + \sigma) (-k(t) - 1) + bl\_s(t) + r(t) + (\tau_l - k(t) - 1) \rho_j(t)$$

$$Q_B(t) = \left( aq - \frac{\left(\frac{d}{dt} w\_s(t)\right) bq (u\_s(t) - 1)}{w\_s(t) r_s(t)} + bq (u\_s(t) - 1) \left( \frac{-rlcb\_s(t) u\_s(t) + rlcb\_s(t) + rlcb\_s(t) m u\_s(t) - rlcb\_s(t) m}{m u\_s(t) - m + \tau bs\_s(t)} + \frac{(-1 + m) r_s(t)}{m u\_s(t) - m + \tau bs\_s(t)} \right) / r_s(t) \right) P(t)$$

$$0 = -\left(\frac{d}{dt} N(t)\right) + SP\_s(t) - tes s(t) R\_s(t) - s(t) R\_s(t) - R\_s(t) B p_y(t) (ty - 1) e^{(bt - bt_0)} + (-J(t) + JG\_s(t)) p_j(t) - p_y(t) A (ty - 1) M(t) + (-bl\_s(t) - r(t)) L(t) + (-bs\_s(t) - r_s(t)) (S(t) + Df\_s(t)) + bs\_s(t) (S(t) + Df\_s(t)) + rLc(t) + (-bl\_s(t) - r(t)) Lc(t) - \left(\frac{d}{dt} Lc(t)\right) - \left(\frac{d}{dt} Liq(t)\right) + \left( (bl\_s(t) + r(t)) E(t) + (-bl\_s(t) - r(t)) u\_s(t) - \left(\frac{d}{dt} u\_s(t)\right) \right) P(t) + (-u\_s(t) + 1) \left(\frac{d}{dt} P(t)\right) + \frac{Q_B(t) \left(\frac{d}{dt} w\_s(t)\right)}{w\_s(t)} - p_c(t) (G\_s(t) - Gp\_s(t)) - w\_s(t) V_c(t)$$

$$0 = -\left(\frac{d}{dt} Ng(t)\right) + BudInc(t) - tj p_j(t) JG\_s(t) - p_c(t) Gp\_s(t) - p_j(t) JG\_s(t) - SP\_s(t) - Su\_s(t)$$

# Окончательная система

$$\frac{d}{dt} Q_H(t) = C(t) - \mu Q_H(t)$$

$$\frac{d}{dt} p_c(t) = \nu_H(t) p_c(t)$$

$$0 = r_s(t) + \mu - \nu_H(t) - \frac{1}{q(t)}$$

$$\frac{d}{dt} q(t) = -1 + \left( \mu + \Delta + \frac{\eta C(t)}{Q_H(t)} - \eta \mu \right) q(t)$$

$$\frac{d}{dt} M(t) = -\left( \frac{d}{dt} Lc(t) \right) + rLc(t) - \left( \frac{d}{dt} Liq_{CB}(t) \right) - \left( \frac{d}{dt} Ng(t) \right) + w_s(t) \left( \frac{d}{dt} ZVR(t) \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} ZVR(t) = & -V_C(t) - pim_s(t) Ip(t) + pex_s(t) Ep(t) + \frac{-r_s(t) Df_s(t) - \left( \frac{d}{dt} Q_B(t) \right)}{w_s(t)} \\ & + \frac{Q_B(t) \left( \frac{d}{dt} w_s(t) \right)}{w_s(t)^2} + \frac{\frac{d}{dt} Df_s(t)}{w_s(t)} \end{aligned}$$

# Окончательная система

$$\frac{d}{dt} L(t) = (-bl_s(t) - \sigma) L(t) + K(t)$$

$$s(t) = -\frac{B p_y(t) e^{(b(t-t_0))} (ty - 1)}{tes + 1 + \rho_j(t) \tau_s}$$

$$\begin{aligned} rLc(t) = & -(-P(t) arll brl2 - P(t) brll rlc_b_s(t) u_s(t) - rsc_b_s(t) u_s(t) P(t) brl2 \\ & - P(t) brll arl2 + P(t) brll brl2 + P(t) brll rlc_b_s(t) u_s(t)^2 + P(t) brll u_s(t) arl2 \\ & - P(t) brll u_s(t) brl2) / (-brll + brll u_s(t) - brl2) \\ & + \frac{P(t) (-rsc_b_s(t) brl2 + brll rlc_b_s(t) u_s(t) - rlc_b_s(t) brll) E(t)}{-brll + brll u_s(t) - brl2} \\ & - \frac{(-rsc_b_s(t) brl2 + brll rlc_b_s(t) u_s(t) - rlc_b_s(t) brll) L(t)}{-brll + brll u_s(t) - brl2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_B(t) = & \frac{m + aliq - 1 + m u_s(t) - arho}{(-1 + m) brho} - (brho + bliq) \left( \right. \\ & \frac{-rlc_b_s(t) u_s(t) + rlc_b_s(t) + rlc_b_s(t) m u_s(t) - rlc_b_s(t) m}{m u_s(t) - m + \tau bs_s(t)} \\ & \left. + \frac{(-1 + m) r_s(t)}{m u_s(t) - m + \tau bs_s(t)} \right) / ((-1 + m) brho) - \frac{E(t)}{brho} \\ & + \frac{(-m + chiB) L(t)}{(-1 + m) brho} + \frac{(\tau bs_s(t) - m) (S(t) + Df_s(t))}{(-1 + m) brho} - \frac{Q_B(t)}{brho} \\ & + \frac{\quad}{P(t)} \end{aligned}$$

# Окончательная система

$$\text{Liq}(t) = m L(t) + (\tau \text{bs}_s(t) - m) (S(t) + \text{Df}_s(t)) + (1 - m) Q_B(t) + \left( \text{aliq} - m E(t) \right.$$

$$+ m u_s(t) + m - \text{bliq} \left( \frac{-\text{rlcb}_s(t) u_s(t) + \text{rlcb}_s(t) + \text{rlcb}_s(t) m u_s(t) - \text{rlcb}_s(t) m}{m u_s(t) - m + \tau \text{bs}_s(t)} + \frac{(-1 + m) r_s(t)}{m u_s(t) - m + \tau \text{bs}_s(t)} \right) P(t)$$

$$E(t) = e1 + e2 + e3 u_s(t) + e3 + \frac{(e3 + e1 m) \text{Liq}(t)}{m} + (\text{chiB} e1 + e3) L(t) + \frac{e3 (\tau \text{bs}_s(t) - m) (S(t) + \text{Df}_s(t))}{m}$$

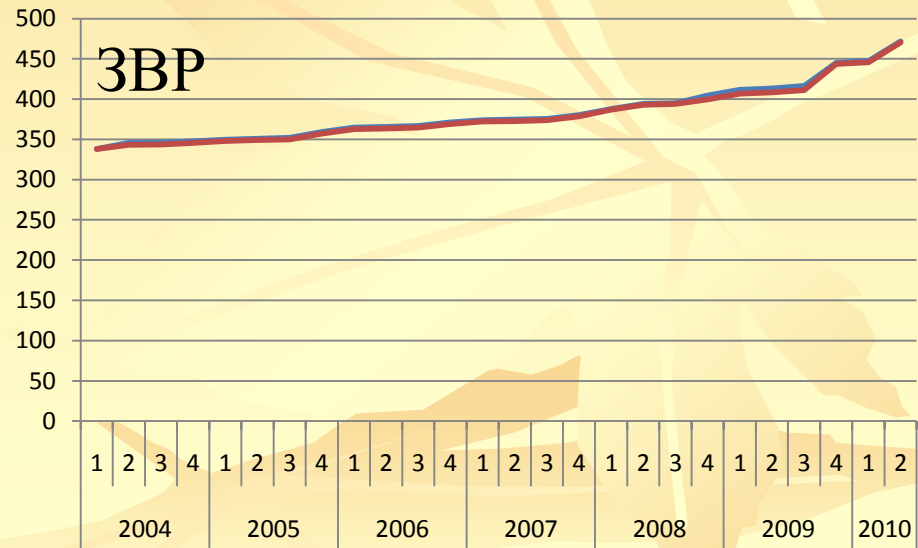
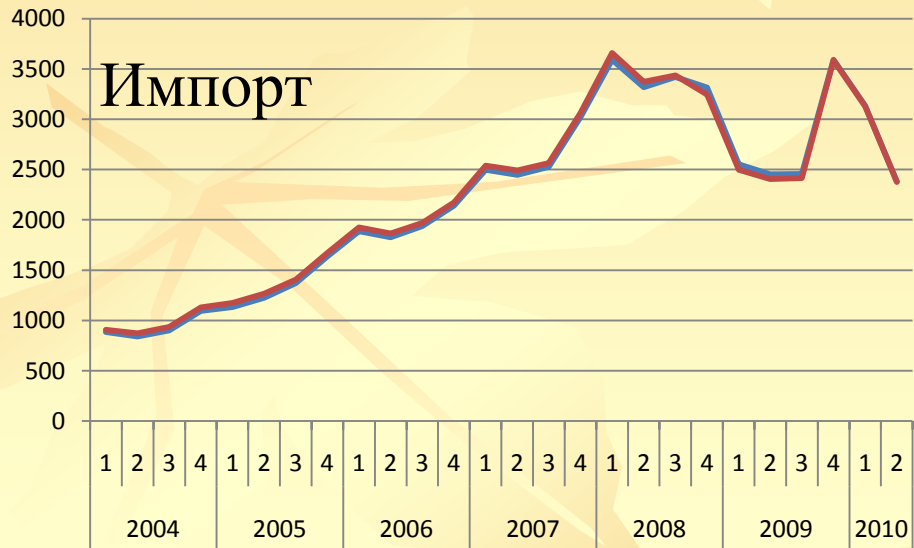
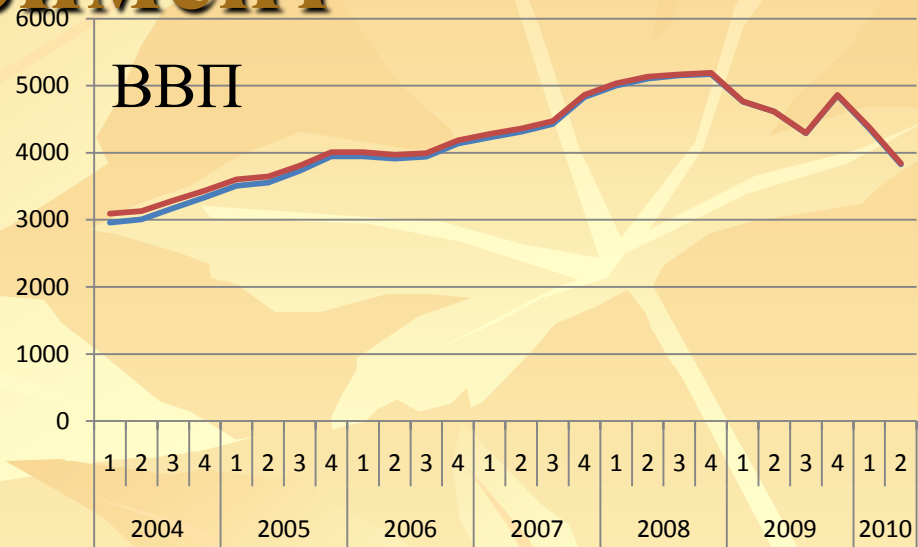

---


$$P(t)$$

$$K(t) = \left( \left( -\frac{\rho_B(t) \text{chiB}}{\text{bl}_s(t) + \rho_B(t)} + \frac{r_s(t)}{(u_s(t) - 1) (\text{bl}_s(t) + \rho_B(t))} + \frac{r(t)}{\text{bl}_s(t) + \rho_B(t)} - \frac{(-\text{chiB} + \text{chiB} u_s(t) + \tau \text{bs}_s(t)) \left( \frac{-\text{rlcb}_s(t) u_s(t) + \text{rlcb}_s(t) + \text{rlcb}_s(t) m u_s(t) - \text{rlcb}_s(t) m}{m u_s(t) - m + \tau \text{bs}_s(t)} + \frac{(-1 + m) r_s(t)}{m u_s(t) - m + \tau \text{bs}_s(t)} \right)}{((\text{bl}_s(t) + \rho_B(t)) (-1 + m) (u_s(t) - 1))} \right) bk + ak \right) P(t)$$



# Эксперимент

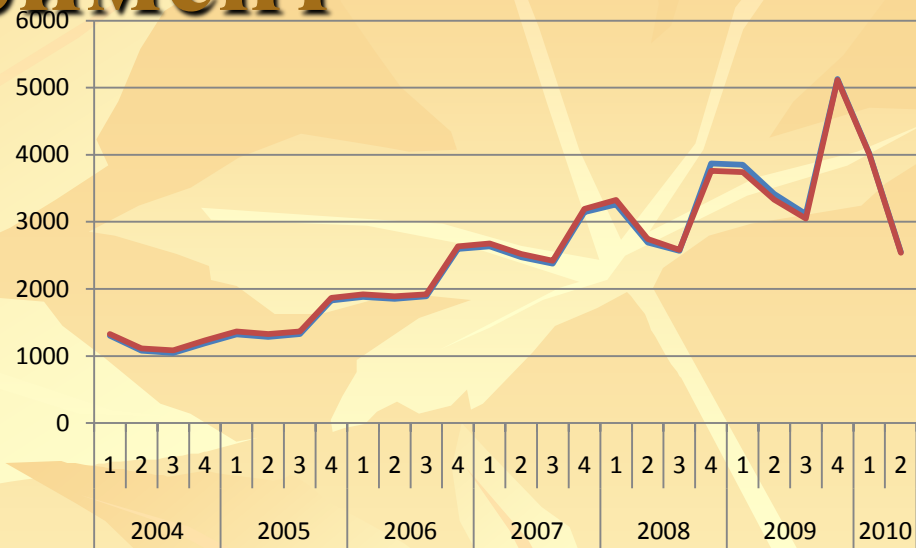


# Эксперимент



# Эксперимент

Банковская ликвидность в  
иностранной  
валюте



# Банковская система в модели

## МОДЕЛЬНЫЙ БАЛАНС КОММЕРЧЕСКОГО БАНКА

*Активы*

*Пассивы*

$$W + L + R = N + S + C + O$$

Ликвид-  
ность

Ссуды

Резервы

Рас.  
счета

Депозиты

Кредиты  
ЦБ

«Капитал  
»

## УСЛОВИЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

$$R = Lc + \xi(t) (N + S)$$

## ЭМПИРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

$L$	$+$	$R$	$\approx$	$N$	$+$	$S$	$+$	$C$
$W$		$\approx$	$\tau_1 \Delta W$		$+$	$\tau_2 \beta(t) S$		

# Модель рационального поведения банка: ограничения

Переменные без индекса банк **планирует**,  
переменные с индексом банк **прогнозирует**

## Балансы:

$$\frac{d}{dt} L(t) = K(t) - \beta_l(t) L(t) \quad K(t) \geq 0 \quad \text{ссуды под процент} \quad r_l(t)$$

$$\frac{d}{dt} S(t) = V(t) - \beta_s(t) S(t) \quad V(t) \geq 0 \quad \text{депозиты под процент} \quad r_s(t)$$

Резервы  $R(t) = \text{обязательные резервы } R_c(t) + \text{депозиты } L_c(t) \text{ под процент } r_c(t)$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W(t) = & r_l(t) L(t) + \beta_l(t) L(t) - K(t) - r_s(t) S(t) - \beta_s(t) S(t) + \\ & + V(t) + \frac{d}{dt} N(t) - \frac{d}{dt} L_c(t) + r_c(t) L_c(t) - \mathbf{Z(t)} \end{aligned} \quad \text{ликвидность; } Z(t) \text{ — извлекаемый доход}$$

## Правила игры:

$$N(t) \leq N_n(t)$$

$$R_c(t) = \zeta_l(t) (S(t) + N(t)) \quad \text{резервные требования}$$

$$L(t) + L_c(t) + R_c(t) \leq S(t) + N(t) \quad \text{работа по открытой схеме}$$

$$\frac{d}{dt} W(t) = WdW(t) \quad W(t) \geq \tau_w WdW(t) + \tau_s \beta_s(t) S(t) \quad \text{спрос на деньги с предвидением потребности}$$

# Модель рационального поведения банка: функционал и терминальные условия

Соотношения представляют собой *ограничения*, наложенные в рамках модели на возможности банка выбирать значения своих *планируемых переменных* (управлений):

$$S(t) \quad L(t) \quad W(t) \quad K(t) \quad V(t) \quad Z(t) \quad N(t) \quad L_c(t) \quad W_d W(t)$$

Согласно **принципу рациональных ожиданий**, лежащему в основе моделей межвременного равновесия, при планировании своих управляющих переменных банк может рассчитывать на точный прогноз *информационных переменных*:

$$\zeta_l(t) \quad r_l(t) \quad r_s(t) \quad r_c(t) \quad \beta_s(t) \quad \beta_l(t) \quad N_n(t)$$

**Модель межвременного равновесия с управлением капиталом:**  
агент максимизирует собственную капитализацию

что эквивалентно

максимизации *потока полезных расходов* (в данном случае  $Z(t)$ ) в заданной временной пропорции  $d_b(t)$

$$Z(t) = \theta d_b(t) \quad \theta \rightarrow \max$$

на некотором интервале  $[t_0, T]$ , при заданных в начальный момент значениях фазовых переменных  $S(t_0)$ ,  $L(t_0)$ ,  $W(t_0)$  и заданных траекториях изменения экзогенных величин и терминальном условии

$$(aL(t_0) L(t_0) + aS(t_0) S(t_0) + W(t_0)) e^{(\gamma(T-t_0))} \leq \\ aL(T) L(T) + aS(T) S(T) + W(T)$$

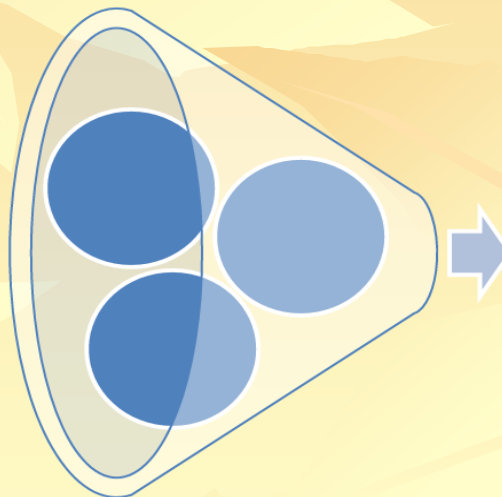
# Модель реакции банковской системы на внешние воздействия

Модель банковской систем строилась как блок целостной модели экономики России, поэтому она может показывать реакцию банковской системы, но не может предсказывать ее будущее (слишком открыта)

## ВХОД

- Привлеченные средства  $S(t), N(t)$
- Проценты по кредитам и депозитам  $r_l(t), r_s(t), r_c(t)$
- Нормативы резервирования  $\xi(t)$  и обратных дюраций  $\beta_l(t), \beta_s(t)$

## МОДЕЛЬ

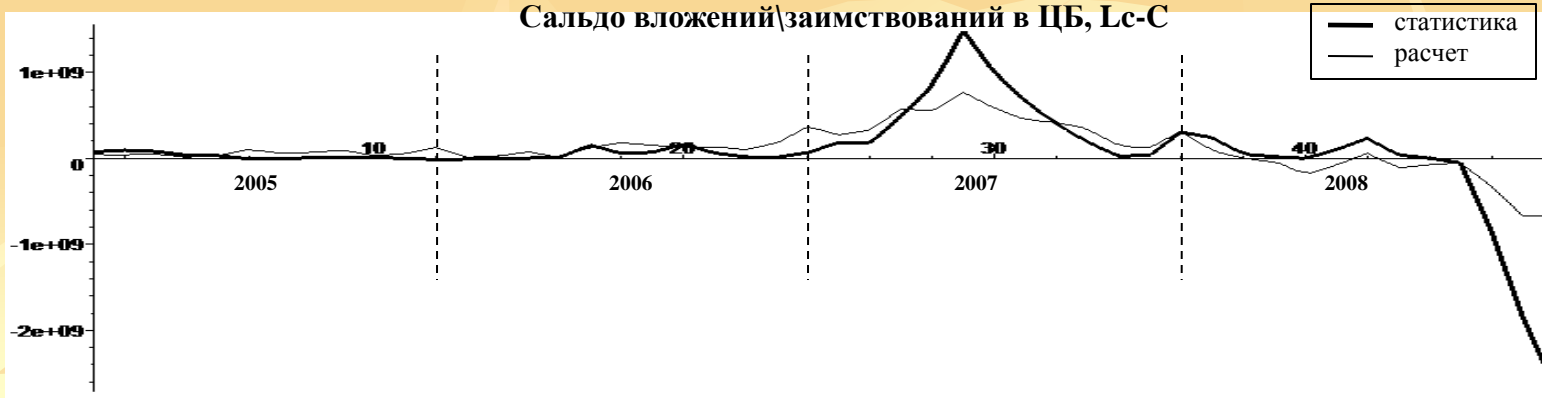


## ВЫХОД

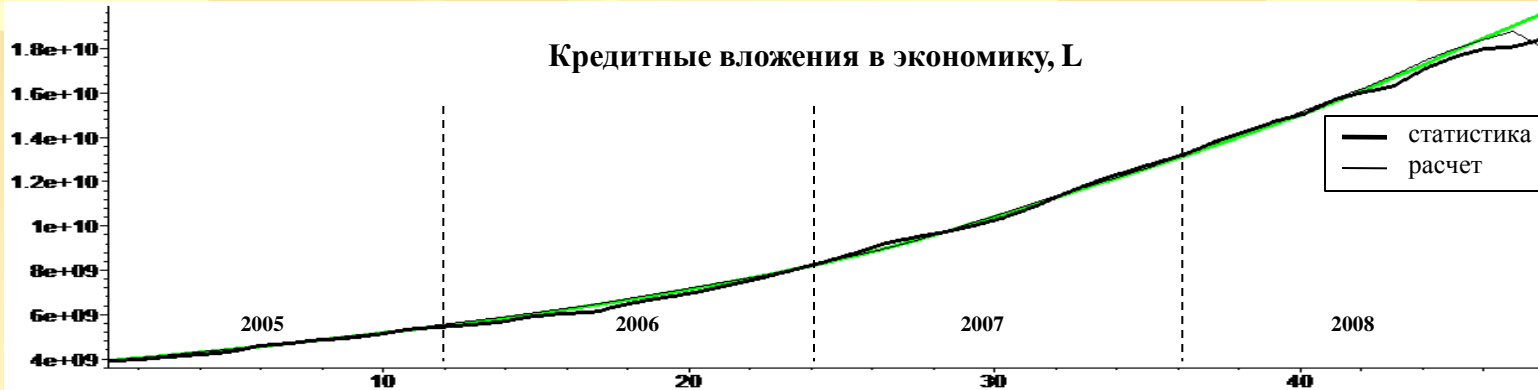
- Кредиты  $L(t)$
- Ликвидность  $W(t)$
- Сверхнормативные резервы  $Lc(t)$

# Результаты расчетов

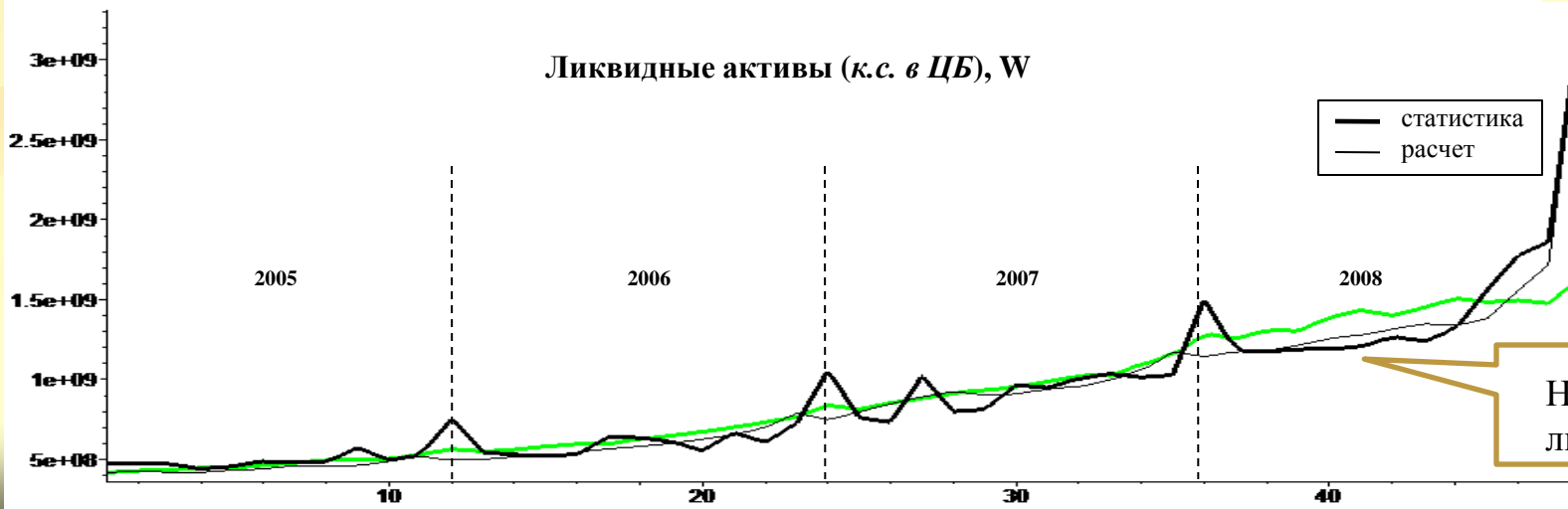
## Сальдо вложений\заимствований в ЦБ, Lc-C



## Кредитные вложения в экономику, L



## Ликвидные активы (к.с. в ЦБ), W





# Сильное магистральное свойство

❖ Хотя задача о рациональном поведении банка ставилась в предположении знания будущих значений информационных переменных, на оптимальной траектории оставшиеся двойственные переменные определяются текущими значениями информационных переменных, и **рациональное поведение банка фактически описывается динамической системой**, а не краевой задачей

$$\frac{d}{dt} L(t) = (ML(k(t)) - \beta_l(t)) L(t)$$

$$\frac{d}{dt} W(t) = -\frac{MW(\rho(t)) W(t)}{\tau_w} + \frac{W(t)}{\tau_w} - \frac{\tau_s \beta_s(t) S(t)}{\tau_w}$$

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = \frac{-b_1 + 1 - b_2 + \zeta(t) b_2 + a_1 r_s(t) + \zeta(t) b_1 - 2 \zeta(t) + r_s(t) a_2 + \zeta(t) a_1}{\tau_w (a_2 + a_1 \zeta(t))}$$

$$+ \frac{a_1 (-1 + \zeta(t)) r_c(t)}{\tau_w (a_2 + a_1 \zeta(t))} + \rho(t)^2 + \left( \frac{-a_2 - a_1 \zeta(t) + a_2 \beta_s(t) \tau_s + a_1 \tau_s \beta_s(t) - a_1 r_s(t) \tau_w - a_2 \tau_w r_s(t)}{\tau_w (a_2 + a_1 \zeta(t))} \right)$$

$$- \frac{a_1 (-1 + \zeta(t)) r_c(t)}{a_2 + a_1 \zeta(t)} \Big) \rho(t) + \frac{(-1 + \zeta(t)) L(t)}{\tau_w (a_2 + a_1 \zeta(t)) P(t)}$$

$$\frac{d}{dt} k(t) = -\frac{\zeta(t) b_2 + r_s(t) a_2 - \zeta(t) + \zeta(t)^2 + \zeta(t) b_1}{a_2 + a_1 \zeta(t)} + r_l(t) - \frac{\zeta(t) a_1 r_c(t)}{a_2 + a_1 \zeta(t)} + \beta_l(t) k(t) + \left( \frac{-\tau_s a_2 \beta_s(t) + \tau_w a_2 r_s(t)}{a_2 + a_1 \zeta(t)} - r_l(t) \tau_w + \frac{\zeta(t) a_1 r_c(t) \tau_w}{a_2 + a_1 \zeta(t)} + k(t) \right) \rho(t) - \frac{\zeta(t) L(t)}{(a_2 + a_1 \zeta(t)) P(t)}$$

Для идентификации ~ 20 параметров имеем ~200 наблюдений