

# МИКРОМОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ В ФОРМАЛИЗМЕ ГИБРИДНЫХ СИСТЕМ

А.М. Валуев

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва,*

[valuev.online@gmail.com](mailto:valuev.online@gmail.com)

## Содержание доклада

1. Автотранспортные потоки как социофизические системы. Уровни индивидуального и социального выбора
2. Микро моделирование автотранспортных потоков: формы и современный опыт
3. Задача об оптимальном по быстродействию безопасном движении преследователя
4. Формализм гибридных систем в задачах управления движением
5. Общая и частные модели дискретного транспортного потока
6. Получение интегральных зависимостей для трафика. Пример многополосного движения
7. Немного о моделирование движения на перекрестке
8. Публикации

## ***Немного о себе в связи с тематикой доклада и семинара***

Выпускник МФТИ, факультета управления и прикладной математики. Руководитель дипломной работы — д.ф.-м.н., впоследствии академик РАН А.А. Петров. Тема работы: математическое моделирование потребительского поведения.

Идеология научной школы Н.Н. Моисеева (П.С. Краснощеков, А.А. Петров «Принципы построения моделей». М.: ФАЗИС, 2000)— от математических моделей физической реальности к моделям управляемых систем с участием людей.

Аспирант Московского горного института под руководством профессора МФТИ В.В. Величенко (о нем далее). Канд. диссертация «Численный алгоритм с декомпонированным построением направления спуска для задач дискретного оптимального управления» — динамические системы, численные методы, приложения — задачи горного производства.

1991–1994. Задачи управления потоком воздуха в шахтной вентиляционной системе (отсюда впоследствии попытка перевести модели квазистационарных потоков в область трафика).

1991-2001. Задача об оптимальной траектории облета запрещенных областей самолетом ГА (совместно с В.В. Величенко).

Докторская диссертация «Применение формализма гибридных систем в моделях управления переключаемыми производственными процессами (с приложениями к задачам горной промышленности)».

В лаборатории математического моделирования (ныне лаборатория динамики человеко-машинных систем Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН) с начала 2000-х К.К. Глухаревым (1943–2016) и его учениками развивалась первая целостная модель дискретного транспортного потока. Присоединился к этой тематике с 2009 г.

## **Автотранспортные потоки как социофизические системы. Три (и более) уровня индивидуального и социального выбора**

Автотранспортные потоки являются социофизическими системами, поскольку в них неразрывно связаны механика движения автомобилей и человеческий (социальный) выбор.

Верхний уровень — выбор момента начала поездки маршрута водителями (перед поездкой или ситуационно, в ходе поездки). Совокупность индивидуальных выборов приводит к распределению корреспонденций по маршрутам. На этой основе решаются известные задачи о поиске транспортного равновесия, которое в реальных условиях мегаполиса не может установиться из-за значительного изменения интенсивности отправления за типичное время поездки.

Второй — выбор момента смены полосы, парковки на обочине, действий при прохождении точек схождения и пересечения трасс.

Нижний — выбор управления по ускорению (газ, тормоз) и угловой скорости. Согласно В.М. Еремину, можно выделить 4 компонента управления динамикой АТС:

$U_1$  — степень нажатия педали акселератора (выдвижения рейки);

$U_2$  — степень нажатия педали тормоза;

$U_3$  — угловая скорость поворота рулевого колеса;

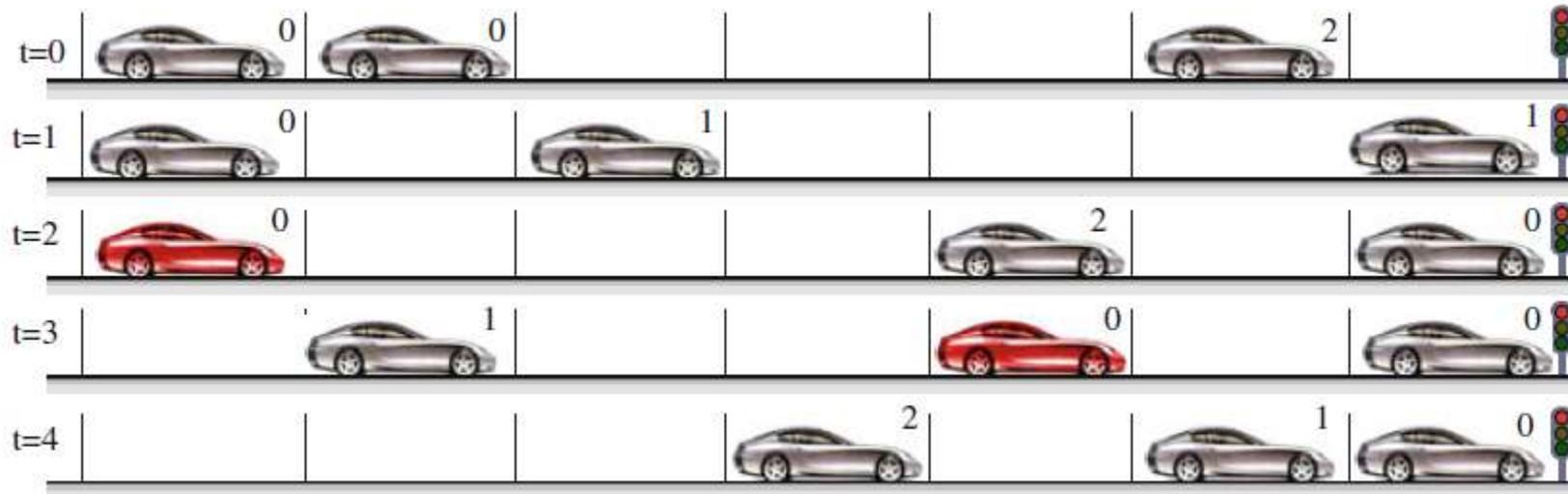
$U_4$  — номер передачи коробки перемен передач.

### **Уровни более высокого порядка:**

- Выбор целей — какие поездки совершать.
- Выбор места работы.
- Выбор места проживания.
- Выбор места проживания.

## Микромоделирование автотранспортных потоков: формы и современный опыт

### Клеточные автоматы. Модель Нагеля-Шрекенберга (Nagel-Schreckenberg — NSM)



«Скорость» определяет количество ячеек, на которое АТС перемещается за такт времени.

Мартин Трайбер: The simulation of the city scenario in the Fig. shows the limits of the NSM in simulating single vehicles. Due to its coarse-grained nature—there are only three possible values for the speed and four values for the acceleration—the time series of gap, speed, and acceleration are not realistic. In spite of being a microscopic model, the NSM can only be used for describing the macroscopic dynamics.

Модель расширяется на многополосное движение и прохождение перекрестков, но сохраняет свою грубость, «зернистость». Допускается недетерминированная динамика.

**А.М. Валуев. Микромоделирование транспортных потоков в формализме гибридных систем**  
**Динамические системы на основе «модели следования за лидером».**  
**Нормативные и дескриптивные модели выбора управления водителем**

Простейшая формула (Танака) для среднего безопасного расстояния между АТС в однородном потоке

$$d(v) = L + c_1 v + \frac{c_2 v^2}{2} \quad (1)$$

где  $v$  скорости движения потока,  $L$  — средняя длина АТС,  $c_1$  — время, характеризующее реакцию водителей,  $c_2$  — коэффициент пропорциональности тормозному пути (обратное ускорение торможения). Формулу можно применить к паре «лидер—преследователь» при равенстве их скоростей и обобщить на случай, когда они различаются.

По существу требуется: 
$$d(v) \geq x_i - x_{i+1}. \quad (2)$$

Практически принимается (особенно в аналитических исследованиях):  $d(v) = x_i - x_{i+1}$ .

Общая форма для динамики в паре лидер ( $l$ ) преследователь ( $\alpha$ ), где  $s_\alpha = x_\alpha - x_l$

$$\dot{x}_\alpha(t) = \frac{dx_\alpha(t)}{dt} = v_\alpha(t),$$

$$\dot{v}_\alpha(t) = \frac{dv_\alpha(t)}{dt} = a_{\text{mic}}(s_\alpha, v_\alpha, v_l) = \bar{a}_{\text{mic}}(s_\alpha, v_\alpha, \Delta v_\alpha).$$

Модель «умного водителя» М. Трайбера (IDM, 1999 г.):

$$\dot{v} = a \left[ 1 - \left( \frac{v}{v_0} \right)^\delta - \left( \frac{s^*(v, \Delta v)}{s} \right)^2 \right]$$

Существует множество других моделей, объединяющих идеи «следования за лидером» и «оптимальной скорости», но явно не гарантирующих соблюдения условий (1).

**А.М. Валуев.** Микромоделирование транспортных потоков в формализме гибридных систем

## Современные работы по построению и исследованию микроскопических моделей

Кандидатская диссертация М.Г. Городничева (МТУСИ, 2015 г.)

Модель следования за лидером	Модель «заднего привода»
$\begin{cases} x_{n+1}(t) - x_n(t) = d_n(\dot{x}_n) \\ 0 \leq \dot{x}_n(t) \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \\  \ddot{x}_n(t)  \leq M_2, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_{n+1}(t) - x_n(t) = d_n(\dot{x}_n) \\ 0 \leq \dot{x}_n \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \\  \ddot{x}_n  \leq M_2, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \end{cases}$

Исследованы вопросы устойчивости потока в обеих моделях.

Кандидатская диссертация В.В. Курц (Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2017 г.)

Введена модель с запаздыванием реакции водителя.

$$\dot{v}(t) = w(v, h) \cdot a \left( 1 - \left( \frac{v(t)}{v^0} \right)^\delta \right) + (1 - w(v, h)) \cdot a \left( 1 - \left( \frac{s^*(v(t))}{h(t-\tau)} \right)^2 \right).$$

Исследована IDM и введенная модель, выполнено сопоставление.

В обеих диссертациях речь идет об однополосном движении на однородном участке.

## **Моделирование потоков с учетом перестроений и прохождения перекрестков**

**Кандидатская диссертация Т.С. Бабичевой «Методы математического и имитационного моделирования процессов локального взаимодействия в транспортных системах» (МФТИ, 2015 г.).**

Судя по автореферату и публикациям, «разработана обобщённая микро модель процесса локального взаимодействия АТС между собой и с элементами транспортной инфраструктуры при движении на многополосных дорогах и сложных перекрёстках на основе формализации модели Трайбера рационального поведения водителей» в виде стохастической динамической системы в дискретном времени, с описанием определенной логики смены полос. Модель при аналитическом исследовании и имитационном моделировании неясным способом соединяется с моделями систем массового обслуживания.

**Из статьи:** *Ерёмин В.М.* Концептуальная модель функционирования системы ВАДС как основа компьютерной имитации // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2014. № 1 (2). С. 90-93.

Пересечения [этих] гиперповерхностей с пространством  $S_a$  состояний элемента  $a$  ... представляют собой множество особых состояний элемента  $a$ ... Движение по закону

$$a_i(t)=f_i(t), i=1,\dots,n,$$

происходит до тех пор, пока траектория движения не достигнет особого состояния. Момент  $t^*$  выхода траектории движения элемента  $a$  на особое состояние есть минимальное положительное решение набора уравнений (7). Пусть в момент  $t^*$  состояние элемента  $a$  есть  $a(t^*)=(a_1(t^*), a_2(t^*), \dots, a_n(t^*))$ . В момент времени  $t^*+0$ , непосредственно следующий за моментом  $t^*$ , траектория движения элемента  $a$  в пространстве  $S_a$  изменяется скачкообразно.

## Задача об оптимальном по быстродействию безопасном движении преследователя

Рассматривается движение цепочки АТС по прямолинейной горизонтальной полосе дороги в течение интервала времени  $[T_0, T_1]$  в соответствии с уравнениями

$$\ddot{x}_i = a_i(t) \quad (1)$$

с ограничениями на выбор управления по ускорению и на скорость

$$-b_{\max i} \leq a_i(t) \leq a_{\max i}, \quad (2) \quad 0 \leq \dot{x}_i(t) \leq v_{\max} \quad (3)$$

и отсутствием столкновений для любого момента  $t \in [T_0, T_1]$ :  $x_{i+1}(t) \leq x_i(t) - L_i$ , (4)

приемлемым для выбора считается более узкий диапазон ускорений

$$-b_{\text{norm max } i+1} \leq a_i(t) \leq a_{\text{norm max } i+1}, \quad (5)$$

Назовем четверку  $\{x_i(T_0), x_{i+1}(T_0), \dot{x}_i(T_0), \dot{x}_{i+1}(T_0)\}$  безопасной конфигурацией в фазовом пространстве для пары «лидер  $i$  – преследователь  $i+1$ », если при любом выборе  $a_i(t)$ ,  $t \in [T_0, T_1]$  в соответствии с (2) и (3) существует  $a_{i+1}(t)$ ,  $t \in [T_0, T_1]$ , удовлетворяющее так что для  $(i+1)$ -го АТС на  $[T_0, T_1]$  выполнены условия (3) и (4). Назовем зависимость  $A_{i+1}(x_i(t), x_{i+1}(t), \dot{x}_i(t), \dot{x}_{i+1}(t))$  безопасным позиционным управлением (БПУ), если при любой безопасной конфигурации в качестве начального состояния и при любом выборе  $a_i(t)$ ,  $t \in [T_0, T_1]$  в соответствии с (2) и (3) траектория  $(i+1)$ -го АТС, порождаемая управлением

$$a_{i+1}(t) = A_{i+1}(x_i(t), x_{i+1}(t), \dot{x}_i(t), \dot{x}_{i+1}(t)),$$

и само это управление удовлетворяют (3), (4), (5) при всех  $t \in [T_0, T_1]$ .

Решается задача определения оптимального по быстродействию БПУ, т.е. такого, для которого при любой безопасной конфигурации в качестве начального состояния и при любом выборе  $a_i(t)$ ,  $t \in [T_0, T_1]$  в соответствии с (2) и (3) для соответствующей траектории  $x_{\text{ОПТ } i+1}(t) \geq x_{i+1}(t)$ , где  $x_{i+1}(t)$  — положение  $(i+1)$ -го АТС для траектории, порождаемой произвольным БПУ.

## А.М. Валуев. Микро моделирование транспортных потоков в формализме гибридных систем

Теорема 1. Четверка  $\{x_i(T_0), x_{i+1}(T_0), \dot{x}_i(T_0), \dot{x}_{i+1}(T_0)\}$  является безопасной конфигурацией тогда и только тогда, когда при  $b_1 = b_{\text{norm max } i+1}$ ,  $b_0 = b_{\text{max } i}$  выполнено условие

$$F\{x_i(T_0) - x_{i+1}(T_0) - L_i, \dot{x}_i(T_0), \dot{x}_{i+1}(T_0)\} \leq 0, \quad (6)$$

где  $F(\Delta x, v_0, v_1)$  определяется формулами: при  $b_1 < b_0$

$$F(\Delta x, v_0, v_1) = \frac{(v_1)^2}{2b_1} - v_0 \cdot \min\left\{\frac{v_0}{2b_0}, \frac{v_1}{2b_1}\right\} - \Delta x, \quad (7)$$

в противном случае

$$F(\Delta x, v_0, v_1) = \begin{cases} \frac{(v_1)^2}{2b_1} - \frac{(v_0)^2}{2b_0} - \Delta x, & \text{если } t_{10} > \frac{v_0}{2b_0}, \\ (v_1 - v_0) \cdot t_{10}/2 - \Delta x, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (8)$$

где  $t_{10} = \frac{(v_1 - v_0)}{2 \cdot (b_1 - b_0)}$ .

Для того чтобы указать на наличие параметров, далее будем использовать обозначение  $F_i(\Delta x, v_0, v_1)$ . На основании теоремы 1 и условий (3)–(4) приходим к выводу, что оптимальное по быстродействию БПУ может быть определено формулами:

$$f_i(t) = F_i\{x_i(t) - x_{i+1}(t) - L_i, \dot{x}_i(t), \dot{x}_{i+1}(t)\} \leq 0, \quad (9)$$

$$A_{i+1}(x_i(t), x_{i+1}(t), \dot{x}_i(t), \dot{x}_{i+1}(t)) = \begin{cases} a_{\text{norm max } i+1}, & \text{если } f_i(t) < 0 \text{ и } \dot{x}_{i+1}(t) < v_{\text{max}}, \\ 0, & \text{если } f_i(t) < 0 \text{ и } \dot{x}_{i+1}(t) = v_{\text{max}}, \\ -b_{\text{norm max } i+1}, & \text{если } f_i(t) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Аналогично и более элементарно определяется безопасное позиционное управление для АТС перед стоп-линией регулируемого перекрестка (в разных информационных предположениях).

## **Опыт моделирования и планирования различных транспортных процессов (1960-е–1990-е)**

### **Моделирование движения технологического транспорта в пределах производственной системы (для горных предприятий — с середины 1960-х)**

- Движение отдельных ТС — рейсы между местами погрузки и разгрузки.
- Задержки и изменение характера движения — в выделенных точках (например, для ж.д. составов — на стрелочных переключателях, при тупиковой схеме движения со сменой направления движения — при достижении тупиков).
- Включает возможные простои перед выделенными точками; могут образовываться очереди из однотипных ТС.
- Закон управления может включать выбор маршрута или его участка в зависимости от значения каких-либо величин (например, для обеспечения объемов погрузки в различных пунктах в заданной пропорции).
- Детерминированные и стохастические модели; имитационное моделирование.
- *Визуализация* процессов движения — только с 1990-х (John Sturgul).

### **Планирование движения железнодорожных составов на тех же принципах (в управлениях железных дорог или их отделениях).**

Траектория с детализацией до колеи.

### **Моделирование движения самолетов ГА при традиционной ОВД**

- Траектория содержит переключения между воздушными коридорами в точках их стыковки;
- При достижении таких точек в зависимости от момента прохождения предыдущего ЛА либо занятие коридора, либо переключение на движение по кругу.

## **Происхождение формализма гибридных систем из задач управления движением и его значение для проблемы моделирования трафика**

Гибридные системы представляют собой динамическую систему со смешанной дискретно-непрерывной динамикой.

Первые модели ГС были предложены для космического полета. Для космических кораблей:

- Непрерывная динамика относится к определенным фазам космического полета без качественных изменений и представлена ОДУ (обычно с переменными управления).
- Дискретно-непрерывная динамика означает качественные изменения: разделение ракетных ступеней, разделение посадочного модуля (спускаемого модуля) или, в противном случае, стыковку космических модулей. Каждый тип событий таких типов;
  - изменяет переменные состояния (масса, импульс и т. д.);
  - как правило, изменяет форму ОДУ;
  - также может измениться размерность состояния и векторов управления.
- Эти события происходят, когда траектория (определенная в надлежащем пространстве состояния) достигает некоторых пространственных границ.
- Последовательность событий определяется планом полета.

**Аналогии** между представлением движения одного космического корабля (или фиксированного набора пространственных модулей) и дорожного движения включают:

- Использование ОДУ для отдельного транспортного средства (ТС), для их цепочки на полосе.
- Достижение границ полосы, предельных скоростей и др. приводит к изменениям (ТС входит или выходит в полосу или на парковку, изменяется его режим движения и т. д.).

Большая сложность дорожного движения:

- Последовательность событий не фиксирована и поэтому не известна заранее;

**А.М. Валуев. Микро моделирование транспортных потоков в формализме гибридных систем**

- Размерность всей динамической системы почти произвольна.

## **Модели управления разрывными системами: история вопроса**

**Величенко В.В. (1966) Задача оптимального управления движущимся объектом: уравнения движения меняются на гиперповерхности** (Величенко В.В. О задачах оптимального управления для уравнений с разрывными правыми частями // Автоматика и телемеханика. 1966. №7. С. 20–30). Интерпретация: многоступенчатая ракета

Ащепков Л.Т. Оптимальное управление разрывными системами. Новосибирск, Наука, 1987

## **Общая (чрезвычайно широкая) концепция ГС как систем со смешанной динамикой**

J. Yong. Systems governed by ordinary differential equations with continuous, switching and impulse controls. *Appl. Math. Optim.*, **20**, 223–235, 1989.

M.S. Branicky, V.S. Borkar, and S.K. Mitter. A unified framework for hybrid control: model and optimal control theory. *IEEE Trans. Autom. Control*, **43(1)**, 31–45, 1998.

Величенко В.В. К проблеме управления катастрофами // ДАН. — 1996. — Т. 349. — №6. — С. 732–735.; Величенко В.В. Управление дискретно-непрерывными моделями катастроф // ДАН. 1996. Т. 350. №1. С. 9–11.

Варайя П., Куржанский А.Б. Задачи динамики и управления в гибридных системах // Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона – Якоби. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2006. Т.1. С.21-37.

## **Некоторые публикации автора по проблеме управления гибридными системами**

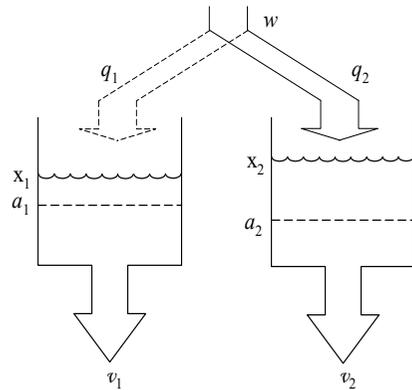
- А.М. Valuev. On the substantiation of technological solutions for open pits via production planning simulation // Proc. 5th Internat. MPES Symposium/ Sao Paulo, 22-26 October 1996. P. 91–95.

- Valuev A.M. Control problem for event-switched processes // Acta Universitatis Apulensis. 2005. — No. 10. — P. 7–18.

- Valuev A.M. A new model of resource planning for optimal project scheduling // Mathematical Modelling and Analysis. — 2007. — Vol. 12. — No. 2. — P. 255–266.

## Гибридные событийно-переключаемые системы

EXAMPLE OF SIMPLE HYBRID SYSTEM



$$\dot{x} = f(q_1, x) = \begin{pmatrix} w - v_1 \\ -v_2 \end{pmatrix}$$

$$Init(q_1) =$$

$$= \left\{ x : x \geq \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$Dom(q_1) = \{ x : x_2 \geq a_2 \}$$

$$R(q_1, x) = \{(q_2, x)\}, \text{ if } x_2 \leq a_2$$

$$\dot{x} = f(q_2, x) = \begin{pmatrix} -v_1 \\ w - v_2 \end{pmatrix}$$

$$Init(q_2) =$$

$$= \left\{ x : x \geq \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$Dom(q_2) = \{ x : x_1 \geq a_1 \}$$

$$R(q_2, x) = \{(q_1, x)\}, \text{ if } x_1 \leq a_1.$$

### Общие черты

1) смешанная динамика включает непрерывную динамику, описываемую ОДУ между переключениями и скачкообразные переходы (с изменением качественного состояния  $d$  и возможным изменением компонент фазового вектора  $x$  и даже его размерности, как и размерности управления).

2) Предполагается, что область значений  $t$  ограничена и разбивается на конечное, ограниченное, но заранее неизвестное количество  $N$  сегментов (этапов)  $[T(k-1), T(k))$ .

3) ОДУ и ограничения на управление на этапе  $k$  зависят от текущего значения качественного состояния  $d$ .

4) Условия переключения, также зависящие от  $d(k)$ , характеризуются *заведомо* монотонно изменяющимися функциями от фазовых координат (в распространенных случаях — компонентами  $x^t$ ), и пороговым значением таких величин, достижение которых и приводит к переключению.

5) При данном значении  $d$  возможно несколько типов переключений, которые могут завершить этап как по отдельности, так и в наборе. Этап завершается с наступлением первого набора переключений.

## **Естественность событийно-переключаемых процессов (СПП)**

**Тезис:** допустимое управление можно определить как функцию времени (программное управление) в частных случаях или в узком контексте. То же самое касается уравнений динамики системы.

**Пример 1.** Пешеход может управлять своей скоростью и использованием зонтика и галош. Маршрут известен. Можно ли, **не просчитывая траектории**, определить допустимое программное управление при абсолютно точном знании состояния дороги и погоды (ветер, осадки) как функции времени? И уравнения движения также **как функцию времени?**

**Ответ:** Только в частных случаях (постоянно сухо или, наоборот, непрекращающийся дождь и ветер с пространственно постоянными характеристиками). При косом дожде дополнительные переменные управления характеризуют положение зонтика относительно пешехода; от них также зависит сила аэродинамического сопротивления.

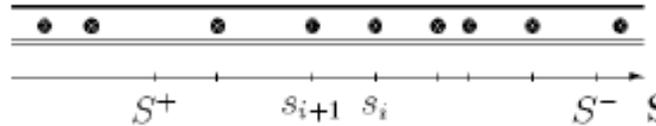
**Пример 2.** Расход топлива как функцию времени как для автомобиля, так и для самолета можно задать только в частном случае и для отдельных участков траектории (на свободном шоссе без светофорного регулирования; на участке крейсерского полета по незагруженному воздушному коридору). Иначе вступают в действие динамические габариты/нормы продольного эшелонирования.

**Интуитивно, сценарий событийно-переключаемого процесса – последовательность его качественных состояний.**

По мере повышения размерности системы количество сценариев возрастает, задача управления (или прогнозирования) не может быть практически рассмотрена как совокупность небольшого количества задач для отдельных сценариев. Особенно ярко это проявляется для моделей автотранспортных потоков микро- и мезоуровня, при решении задач проектирования и планирования развития многоуровневых природно-технологических объектов и многостадийных разветвленных производственных процессов при их потоковом (flow-shop) описании.

**Первоначальная модель с «аристотелевой» динамикой (К.К. Глухарев)**

Усредненно описывается движение цепочки автомобиле по полосе



Условие скорости, соответствующей безопасной дистанции  $v_{SAVE}(\Delta_{i+1}(t))$

для модели Танака:  $v_{SAVE}(\Delta s) = b(-T_R + \sqrt{(T_R)^2 + 2(\Delta s - L_0)/b})$ . (1)

Таким образом, для дискретного потока вводятся уравнения:  $s_{L(t)} = V_{MAX}(s_{L(t)})$ , (2)

$$s_{i+1}(t) = \begin{cases} v_{SAVE}(\Delta_{i+1}(t)), & \text{если } v_{SAVE}(\Delta_{i+1}(t)) \leq V_{MAX}(s_{i+1}), \\ V_{MAX}(s_{i+1}), & \text{если } v_{SAVE}(\Delta_{i+1}(t)) > V_{MAX}(s_{i+1}), \end{cases} \quad i=L(t), \dots, M(t)-1. \quad (3)$$

с начальными условиями,  $M(0)=1; s_i(0) = S_{i0}, \dot{s}_i(0) = v_{i0}, i=1, \dots, L(0)$ , (4)

и краевыми условиями. Для левого конца: появление новых АТС по известному закону

$$s_i(t_i) = S', \quad \dot{s}_i(0) = v_{i0}, \quad L(t_i + 0) = i, \quad i = L(0) + 1, \dots, L(T), \quad (5)$$

а на правом — смена лидера потока (при свободном выходе)

$$M(t+0)=M(t+0)+1, \text{ если } s_M(t) = S''. \quad (6)$$

Вводя дополнительный тип переключения из условия

$$v_{SAVE}(\Delta_{i+1}(t)) = V_{MAX}(s_{i+1}), \quad (7)$$

и компоненты состояния (тип связи  $g_i$  между  $i$ -м  $i+1$ -м АТС), откажемся от разрывности уравнений (3) — верхняя и нижняя формула соответствуют разным значениям  $g_i$ .

## Модель однополосного движения с ньютоновой динамикой

Текущее положение АТС с номером  $i$  на трассе с номером —  $x_i(t)$ , номер лидера для  $i$ -го АТС в момент времени  $t$  —  $L(i,t)$ , текущий номер трассы —  $r(i,t)$ . Закон управления при  $j$ -м режиме

$$(1) \quad U_i(\Delta x_i(t), \dot{x}_{L(i,t)}(t), \dot{x}_i(t), \ddot{x}_{L(i,t)}(t), j),$$

где  $\Delta x_i(t) = x_{L(i,t)}(t) - x_i(t) - l_{L(i,t)}$  (при  $r(i,t)=r(L(i,t),t)$ ). При текущем режиме  $j(i,t)$  движение  $i$ -го АТС подчиняется уравнениям

$$(2) \quad \ddot{x}_i = U_i(\Delta x_i(t), \dot{x}_{L(i,t)}(t), \dot{x}_i(t), \ddot{x}_{L(i,t)}(t), j(i,t))$$

и должно удовлетворять ограничениям на скорость

$$(3) \quad \dot{x}_i(t) \leq v_{\max}(x_i(t)).$$

Форма и параметры зависимостей (1) определяется ограничениями

$$(4) \quad -b_{\text{norm max } i} \leq \ddot{x}_i \leq a_{\text{norm max } i}$$

(при  $j=1,2,4,5$  соответственно  $U_i = a_{\text{norm max } i}, 0, 0, -b_{\text{norm max } i}$ ) и законом безопасной дистанции,

который также должен постоянно выполняться: (5)  $\Delta x_{01} \leq S_{\text{SAFE}}(v_0, v_1)$ ;

здесь  $\Delta x_{01}$  — расстояние между задним бампером лидера и передним бампером преследователя,  $v_0 = \dot{x}_{L(i,t)}$  и  $v_1 = \dot{x}_i$ . Из (5) для  $U_i$  при  $j=3$  вытекает формула

$$(6) \quad U = \frac{(v_0 - v_1) - \dot{a}_0 \partial S_{\text{SAFE}}(v_0, v_1) / \partial v_0}{\partial S_{\text{SAFE}}(v_0, v_1) / \partial v_1}.$$

Смены значения  $j(i,t)$  соответственно на 2, 3, 4, они происходят в моменты обращения в равенство неравенств (3), (5), обращения в ноль скорости преследователя и т.п.

Значения  $j$ : 1 — разгон; 2 — равномерное движение, 3 — мин. безопасное расст. До лидера, 4 — неподвижность, 5 — торможение

**Общий формализм гибридных событийно-переключаемых систем в проблеме моделирования дискретных транспортных систем**

Рассматривается заданный временной интервал, количество этапов (переключений):  $N$  (не фиксировано),

Для  $k$ -го этапа  $[T(k), T(k+1)=T(k)+t(k))$ , постоянны вектор качественного состояния  $d(k) \in A_D$ , определяющий закон управления для всех элементов ТС; состояния: *конечное*  $x^1(k) \in R^n$  и *начальное*  $x^0(k) \in R^n$ .

Динамика в пределах этапа — дифференциальные уравнения:

$$(1) \quad dx_i(t, l) / dt = f_i(d(l), x(t, l), U_i(d(l), x(t, l))).$$

Очередное переключение, завершающее этап, и его момент  $T(l)$  — определяются альтернативными условиями

$$(2) \quad g_{j(l)}(d(l), x(T(l), l), U(d(l), x(T(l), l)), l), T(l)) = 0, j(l) \in J(d(l)),$$

$$(3) \quad g_j(d(l), x(T(l), l), U(d(l), x(T(l), l)), l), T(l)) < 0, j \in J(d(l)) \setminus \{j(l)\}.$$

При этом предполагается, что

$$(4) \quad dg_j(d(l), x(t, l), U(d(l), x(t, l)), l), t) / dt > 0, j \in J(d(l)), \quad \text{если}$$

$$(5) \quad 0 \geq g_j(d(l), x(t, l), U(d(l), x(t, l)), l), t) \geq -G_j.$$

Результат событий: изменение состояния нескольких компонент векторов  $d$  и, возможно,  $x$ . Остальные компоненты сохраняют свои значения:

$$(6) \quad d_i(l+1) = D_{j(l)}(d(l)), i \in I_{D_{j(l)}}(d(l)), \quad d_i(l+1) = d_i(l), i \notin I_{D_{j(l)}}(d(l)),$$

$$(7) \quad x_i(T(l), l+1) = X_{j(l)}(d(l), x(T(l), l), T(l)), i \in I_{X_{j(l)}}(d(l)),$$

$$(8) \quad x_i(T(l), l+1) = x_i(T(l), l), i \notin I_{X_{j(l)}}(d(l)).$$

## Общие черты моделей автотранспортных потоков в формализме СПС

- Несколько классов элементов (АТС в движении, АТС на парковках, регуляторы — светофоры, шлагбаумы, виртуальные коммутаторы (ВК) в точках стыковки каналов). АТС разбиваются на несколько упорядоченных совокупностей (очереди, цепочки АТС на одной полосе и др.).
- Вектор  $d$  имеет непостоянную размерность и характеризуется качественными состояниями как отдельных элементов совокупностей, так и целых совокупностей.
- Результатами некоторых переключений является переход АТС из одной совокупности в другую (например, перестроение из одной полосы в другую, прохождение перекрестка, парковка на обочине или старт припаркованной машины).
- Непрерывная динамика каждого элемента характеризуется ОДУ с управлением, которое зависит от компонент вектора  $d$ .
  - Для движения АТС — обычные ДУ второго порядка
  - Ускорение, в зависимости от состояния, подчиняется закону движения  $a_i = A(d, x, v, a)$ , в которые входят такие компоненты  $d, x, v, a$ , что циклических зависимостей не образуется.
  - Зависимости  $A(d, x, v, a)$  являются непрерывно дифференцируемыми
- Переключения имеют место на многообразиях в пространствах, определяемых небольшим набором переменных и зависящих также от компонент  $d$ . Например, условие перехода через свободный перекресток записывается относительно координаты АТС на своей полосе, условие перестроения (например, M. Treiber 2002) — вообще говоря, относительно координат, скоростей и, возможно, ускорений самого АТС и соседних АТС, момент смены фазы светофора при фиксированном цикле — условием равенства времени нахождения в текущей фазе ее продолжительности.
- Для АТС и других классов в текущем состоянии возможно несколько типов переключений

## ***Потребности и возможности получения интегральных зависимостей для трафика для управления им и организации дорожного движения***

### **Существующие условия и требования**

- Управление — ориентируется на транспортные потоки, а не на движение отдельных ТС.
- Динамика потока на однородном участке зависит от:
  - Состава потока (типы VDU — “vehicle-driver unit”, их распределение в потоке);
  - Распределение участников потока по целям (корреспонденциям), включая парковку;
  - Организации дорожного движения на участке (многополосная дорога, коммутатор – перекресток), включая парковку.
- Типичная форма искомым зависимостей — зависимость скорости потока от его плотности или интенсивности.
- Зависимости могут иметь дополнительные аргументы.

### **Возможности получения и обработки данных**

- Непосредственно наблюдаемое и регистрируемое — движение пары (малой группы) смежных автомобилей.
- Выводы из обработки наблюдения — различия в поведении VDU (13–16 типов в условиях Москвы — данные МАДИ). Пропускная способность полосы — от 2000 до 2790 ТС/час.
- Интегральная обработка данных наблюдения высокочувствительна не может быть надежным средством получения искомым зависимости
- Комбинация результатов первичной обработки наблюдений позволяет выполнять микро моделирование потока в целом, а тем самым получать искомым зависимости.
- Подход клеточных автоматов сильно огрубляет картину.
- Агентное моделирование не может гарантировать правильности передачи взаимосвязей.



## Дополнительные соотношения для многополосного движения с перестроениями

Продольное движение

$$ds_i(t, k)/dt=v_i(t); \quad dv_i(t)/dt=a_i(t, k).$$

где ускорение  $a_i(t)$  переменная управления. Может быть трактовано как *релейное* со значениями

1. максимальное (стандартное) ускорение разгона  $a_{\max i}$  когда  $v_i(t)<v_{\max i}$  и контролируемые расстояния до ближайших ТС превышают  $S_{\text{SAVE}}(v_i, \dots, R_i, b_i)+\Delta s_{2i}$
2. максимальное (стандартное) ускорение торможения  $-b_{\max i}$  пока хотя бы одно из контролируемых расстояний до ближайших ТС, достигнув минимума, равно  $\leq S_{\text{SAVE}}(v_i, \dots, R_i, b_i)+\Delta s_{1i}$ ;
3. 0, в остальных случаях.

Боковое движение конкретного ТС — только в период его перестроения. Может быть представлено.

$$dy_i(t, k)/dt=v_i(t, k) \sin \alpha .$$

Начинается при  $y_i(t)=0$  и заканчивается при  $y_i(t)=y_{\max}$  где  $y_{\max}=(w_{\text{OLD}}+w_{\text{NEW}})/2$ .

Три типа условий для перестроения: 1) желательность (уместность) для текущего положения;

2) осуществимость при текущей организации ДД; 3) безопасность. В нашем исследовании:

уместность означает, что автомобиль находится на расстоянии  $S_{\text{SAFE}}(v_i, v_{i-1}, \dots, R_i, b_i)$  от лидера на своей полосе, а ведущий автомобиль на соседней полосе - намного дальше (разница между фактическим и минимальным безопасным расстоянием больше известного  $\Delta s$ )

осуществимость:  $s_i$  — в зоне разрешенного перехода;

безопасность: следующее ТС на соседней полосе находится на безопасном расстоянии.

Учитываются индивидуальные параметры автомобилей (или разделение на несколько классов).

### Применение подхода к моделированию двухполосного движения

Предполагается переход в соседнюю полосу в случае преимущества по безопасной скорости

Таблица 1. Состояния транспортного потока в характерные моменты времени

Время	Переменные состояния	Номер автомобиля						
		1	2	3	4	5	6	7
0	$s_i$	25,0000	0,0000	10,0000	20,0000	31,0000	39,0000	45,0000
	Скорость	10,00	12,50	10,50	12,00	12,00	15,00	16,50
	Полоса/ новая полоса	1	1	2	2	2/1	2	1
0,025	$s_i$	25,2478	0,3138	10,2603	20,3009	31,3013	39,3756	45,4134
	скорость	9,83	12,60	10,33	12,08	12,10	15,05	16,58
	Полоса/ новая полоса	1	1	2/1	2	2/1	2	1
2,567	$s_i$	56,7370	30,3347	40,7558	57,1421	70,9998	84,0775	97,2723
	скорость	16,08	12,52	14,11	17,64	18,68	20,00	24,22
	Полоса/ новая полоса	1	1	2/1	2	1	2	1
3,2113	$s_i$	67,7236	39,1076	50,2613	69,1338	83,8678	96,9647	113,5038
	скорость	18,02	14,49	15,39	19,58	21,26	20,00	26,16
	Полоса/ новая полоса	1	1/2	1	2	1	2	1
9,0766	$s_i$	206,326	162,277	162,266	192,733	250,276	214,272	287,013
	скорость	25,00	23,66	20,00	21,24	30,00	20,00	30,00
	Полоса/ новая полоса	1	2	1	2/1	1	2	1
24,625	$s_i$	595,358	548,978	473,242	571,161	716,740	525,248	753,478
	скорость	25,00	30,00	20,00	25,00	30,00	20,00	30,00
	Полоса	1	2	1	1	1	2	1

### Серии расчетов

Таблица 2. Статистика по АТП, серия экспериментов «tst011»

Экспе- римент	$T_{НАЧ}$	$T_{КОН}$	Средн. кол-во ТС	Средн. ско- рость ТС, м/с	% перестр. ТС	Средн. кол-во ТС		Средн. скорость ТС	
						1-я полоса	2-я полоса	1-я полоса	2-я полоса
tst011	20	300	11,75	21,36	8,81	6,02	5,73	21,50	21,18
tst011A	20	300	12,18	20,78	9,94	5,95	6,23	20,71	20,81
tst011A	300	600	12,55	20,85	10,97	6,46	6,10	20,64	21,01
tst011B	20	300	11,92	21,08	9,67	6,26	5,66	21,47	20,51
tst011B	300	600	11,72	21,18	8,00	5,74	5,88	20,93	21,44

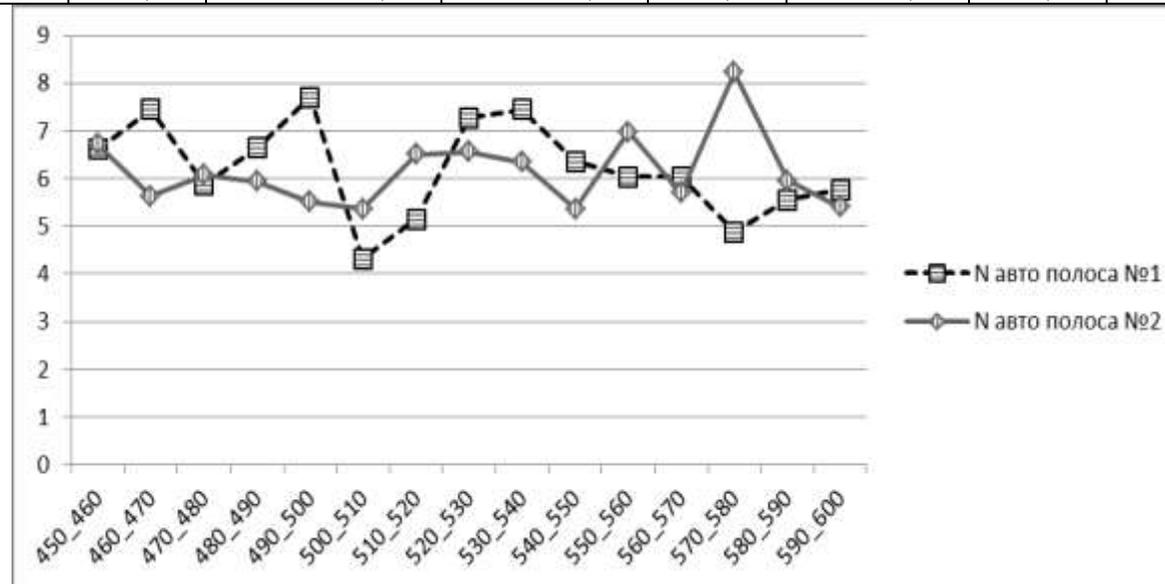


Рис. 1. Среднее количество автомобилей в полосах за десятисекундные интервалы времени, серия экспериментов «tst011»

### Стационарный и нестационарный поток

Таблица 3. Статистика по АТП, серия экспериментов «tst021»

Экспе- римент	$T_{нач}$	$T_{кон}$	Средн. кол-во ТС	Средн. скорость ТС, м/с	% перестр. ТС	Средн. кол-во ТС		Средн. скорость ТС	
						1-я полоса	2-я полоса	1-я полоса	2-я полоса
tst021	20	300	19,18	17,36	12,72	9,79	9,38	17,25	17,52
tst021В	20	300	16,81	19,53	11,13	8,07	8,74	19,31	19,68
tst021В	300	400	22,35	9,62	24,95	9,75	12,61	11,59	8,30

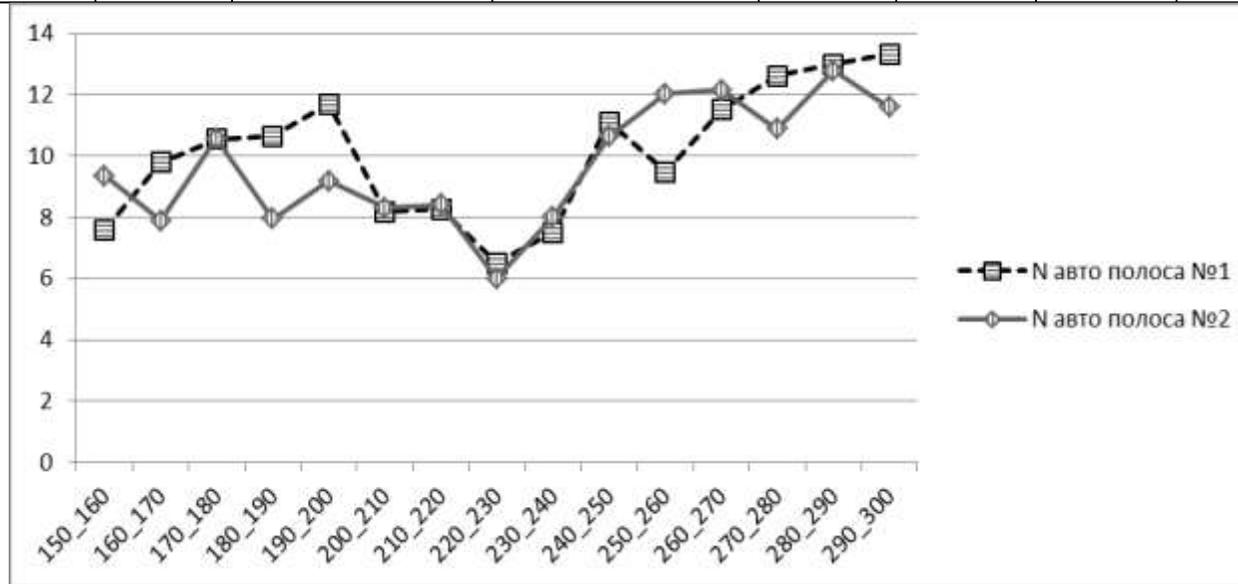


Рис. 2. Среднее количество автомобилей в полосах за десятисекундные интервалы времени, серия экспериментов «tst021»

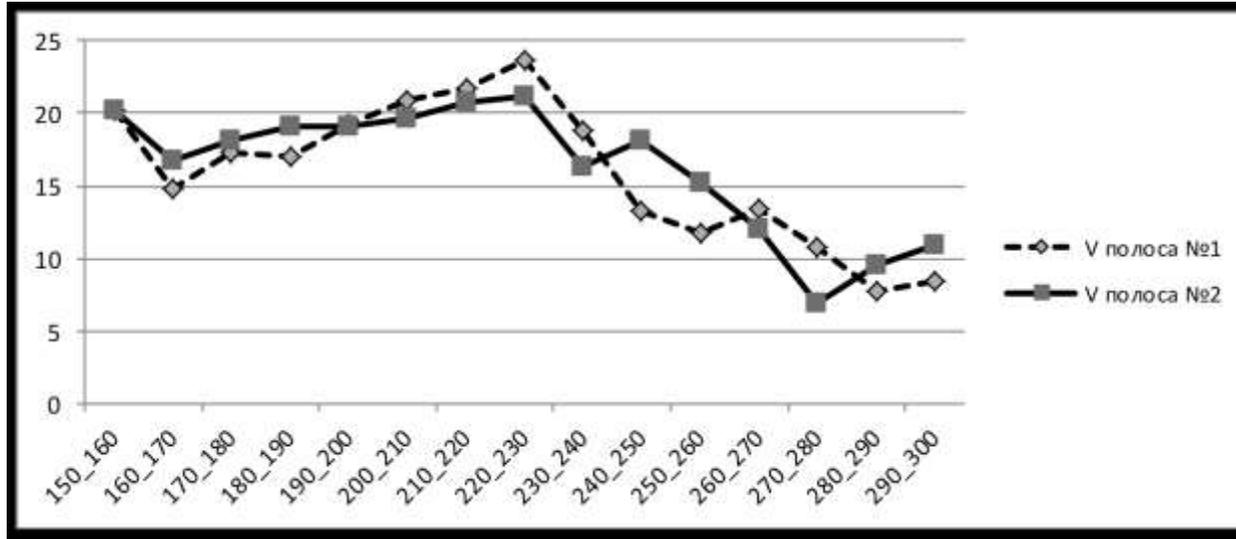


Рис. 4. Средняя скорость автомобилей в полосах за десятисекундные интервалы времени, серия экспериментов «tst021»

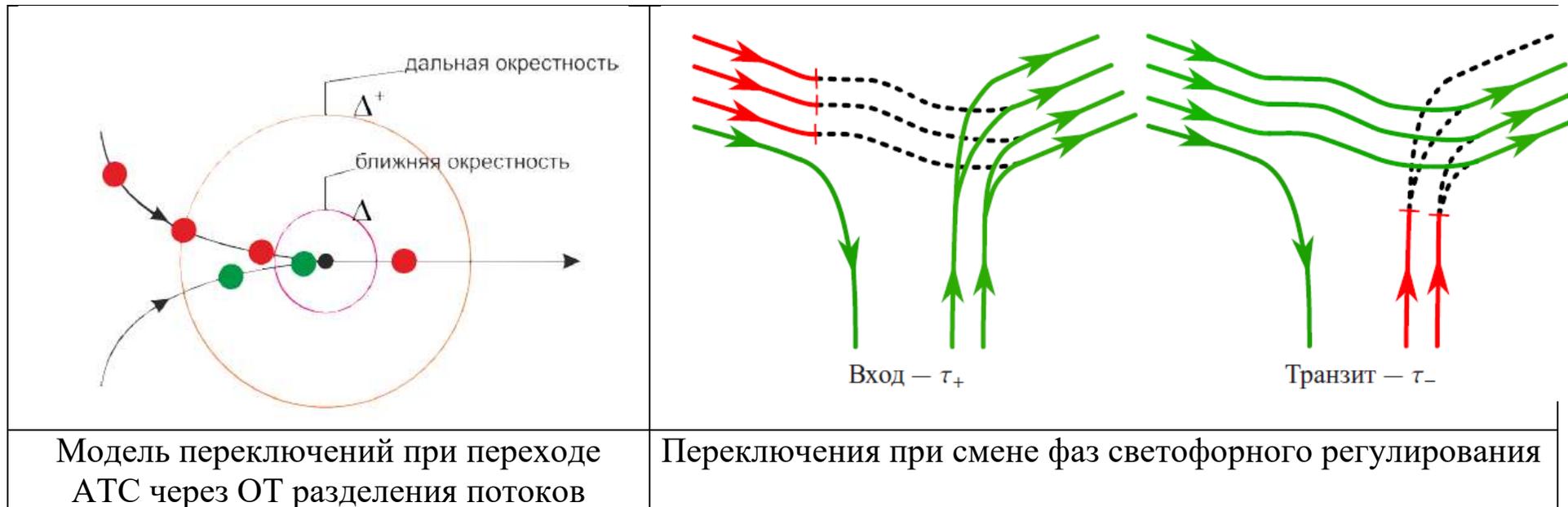
Повторение серий экспериментов с различными значениями параметров (например, интенсивности входящих АТП, пропорций между количеством разных типов VDU) позволяет получить ряд данных для характеристик искомых зависимостей, которые интерполируются на интересующий диапазон.

## Моделирование движения на перекрестке

Трассы переходят одна в другую, пересекаются или расходятся в особых точках (трех родов).

Переключения двух родов:

1. При «захвате» и освобождении ОТ слияния, разделения и (для нерегулируемого перекрестка) пересечения потоков. Участки трасс, заканчивающиеся / начинающиеся в ОТ сцепляются / разъединяются.
2. При переключении светофора с красного на зеленый свет и наоборот.



В работе Калинин И.Н.,3, Глухарев К.К. Исследование интегральных характеристик перекрестков при помощи микроскопических моделей транспортных потоков // Компьютерные исследования и моделирование 2014 Т. 6 №4 С. 523-534 вычислены *потоки насыщения* по направлениям при определенных пропорциях разделения потоков.

## Расчет транспортного процесса в формализме ГС. Вычислительная трудоемкость

1. В силу характера компонент вектора  $d$  в начальном состоянии исходными величинами являются вектор  $x$  и часть компонент  $d$ , остальные определяются через них.
2. Все компоненты вектора  $x$  определяются для узлов фиксированной временной сетки. Между узлами этой сетки происходят переключения, изменяющие уравнения движения или закон управления для части элементов транспортной системы. Поэтому соответствующие компоненты вектора  $x$ , относящиеся к этим элементам, должны определяться в моменты этих переключений.
3. Для рассмотренных конкретных случаев можно предполагать как типичный случай следующее количество рассчитываемых величин и объема вычислений на шаг временной сетки:
  - а. Большинство компонент  $x$  рассчитываются столько раз, сколько шаг интегрирования укладывается в шаге сетки, а компонент  $d$  и пороговых функций ограничений — однократно. При этом объем вычислений имеет порядок размерности  $n$  вектора  $x$ .
  - б. Количество событий, происходящих на шаге временной сетки, в среднем пропорционально количеству совокупностей  $m \ll n$ . Этим порядком может ограничиться и расчет изменений в значениях компонент векторов  $x$  и  $d$ . При эффективной организации хранения компонент  $d$  с учетом непостоянства совокупностей для их перераспределения при всех событиях может потребоваться порядка  $m \log_2(n)$  операций (сравнения и пересылки).
4. Расчет моментов переключений и участков траектории между переключениями представляет собой комбинацию интегрирования ОДУ и решения семейств нелинейных уравнений относительно  $T(k)$ . Для более эффективного выполнения последнего после первого приближения целесообразно вести интегрирование ОДУ с переменным шагом, равным продолжительности искомого временного интервала или его заданной доле.

## Полууниверсальная структура базы данных. Использование индексов (информационных деревьев) и прямой адресации

- Универсальные типы объектов и их общие характеристики — набор таблиц определенной структуры;
- Индивидуальные характеристики модели — набор событий и режимов движения/ожидания:
  - Зависимости, выражающие 1) многообразия переключения; 2) изменения в качественного и количественного состоянии затрагиваемых объектов; 3) уравнения динамики и выбор управления в каждом режиме (можно реализовать как методы **модели — класса объектов**, при неизменном наборе **свойств**);
  - Индивидуальные таблицы для хранения характеристик событий определенного типа (могут порождаться автоматически на основе языкового описания модели)
- Уникальный идентификатор и постоянный адрес хранения в памяти любого объекта определенного класса — возможность **прямой адресации** (самый быстрый доступ);
- Использование набора индексов (информационных деревьев) для каждой таблицы (массива объектов каждого класса) для эффективного осуществления:
  - Упорядочения (например, набора прогнозных событий по времени их наступления);
  - Поиска (например, соответствия между элементами смежных очередей);
  - Операции 1) нахождения следующего — предыдущего в соответствии с указанным порядком; 2) перевода из одной очереди в другую. Трудоемкость соответствует высоте дерева над списком длины  $N$  — порядка  $\log_2 N$ .
  - При фиксированном количестве очередей и ограниченной длиной каждой можно для каждой строить свои информационные деревья, экономя на поисковых операциях.

### **Основные публикации**

1. Glukharev K.K., Ulyukov N.M., Valuev A.M., Kalinin I.N. On Traffic Flow on the Arterial Network Model // Traffic and Granular Flow'11. Eds. V.V. Kozlov et al. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. ISBN 978-3-642-39668-7. P. 399–412.
2. Глухарев К.К., Валуев А.М., Калинин И.Н., Улюков Н.М. О моделировании автомобильных потоков на магистральной сети // Труды МФТИ. — 2013. — Т. 5. — №4. — С. 102–114.
3. Валуев А.М. Моделирование транспортных процессов в формализме гибридных систем // XII Всероссийское Собрание по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16–19 июня 2014 г.: Труды [Электронный ресурс] — С. 5033–5043.
4. Валуев А.М. Единый подход к моделированию и управлению движением технологического транспорта // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). — 2015. — № 12. — С. 268–276.
5. Валуев А.М., Соловьев А.А. Моделирование зависимостей, характеризующих динамику автотранспортных потоков // Информатизация и связь. — 2018. — №2. — С. 106–113.

•  
•

**Благодарю за внимание!**